

Analisis Model *Predator Prey* dengan Adanya Penyakit Pada *Prey* dan Pemanenan Pada *Predator*

Mansur¹, Ahmad Ansar², Fardinah³

^{1,2,3}Program Studi Matematika, Universitas Sulawesi Barat, Indonesia
e-mail: ¹ mansyurcul33@gmail.com

Abstrak. Model *predator-prey* adalah salah satu model yang diperkenalkan dalam matematika yang menggambarkan interaksi antara dua populasi yang bersifat mangsa dan pemangsa. Namun, model *predator-prey* yang umum digunakan selalu diasumsikan bahwa kedua populasi dalam kondisi sehat. Tujuan penelitian ini adalah untuk mengetahui analisis model *predator prey* dengan adanya penyakit pada *prey* dan pemanenan pada *predator*. Hasil yang diperoleh berupa model *predator prey* yang menghasilkan 5 (lima) titik kesetimbangan dari model tersebut. Analisis kestabilan model dilakukan dengan menggunakan Kriteria Routh-Hurwitz untuk mengidentifikasi karakteristik nilai eigen. Dari hasil analisis kestabilan diperoleh bahwa titik kesetimbangan E_1, E_2, E_4, E_5 stabil sedangkan titik kesetimbangan E_3 tidak stabil. Pada akhir penelitian, diberikan simulasi model dengan menggunakan aplikasi Maple.

Kata kunci: Model *Predator Prey*, Routh-Hurwitz, Titik Kesetimbangan.

Abstract. The predator-prey model is one of the models introduced in mathematics that describes the interaction between two populations of prey and predators. However, the commonly used predator-prey model always assumes that both populations are in good health. The purpose of this study was to determine the analysis of the predator-prey model with the presence of disease in prey and harvesting in predators. The results obtained in the form of a predator prey model that produces 5 (five) equilibrium points from the model. The stability analysis of the model was carried out using the Routh-Hurwitz Criteria to identify the characteristics of the eigenvalues. From the stability analysis, it is found that the equilibrium point E_1, E_2, E_4 dan E_5 is stable while the equilibrium point E_3 is unstable. At the end of the study, a simulation model was given using the Maple application.

Keywords: Predator Prey Model, Routh-Hurwitz, equilibrium point

I. PENDAHULUAN

Pemodelan matematika merupakan salah satu cabang dari matematika terapan. Banyak permasalahan yang dijumpai dalam kehidupan nyata atau dalam kehidupan sehari-hari yang dapat diterapkan ke dalam model matematika, sehingga dapat membuat prediksi dan perilaku objek dimasa depan. Pemodelan matematika adalah proses penyederhanaan masalah dalam bentuk abstrak suatu fenomena nyata dan dituangkan dalam bentuk matematika. Salah satu bentuk pemodelan yang dapat diterapkan pada cabang biologi yang mempelajari tentang ekosistem. Dalam ekologi juga dikenal istilah rantai makanan yang merupakan lintasan konsumsi makanan yang terdiri dari beberapa spesies organisme [1].

Bagian paling sederhana dari suatu rantai makanan yakni interaksi, seperti interaksi antara mangsa dan pemangsa. Populasi mangsa mempunyai persediaan makanan yang tersedia cukup dalam lingkungannya, sedangkan pada bagian populasi pemangsa memiliki makanan yang bergantung pada jumlah mangsa. Apabila populasi mangsa terbatas maka untuk populasi pemangsa akan menurun sesuai dengan jumlah proporsi mangsanya.

Interaksi antar populasi dapat dianalisis dengan menggunakan matematika. Objek yang diamati adalah jumlah kedua populasi yang berkembang setiap waktu. Dalam matematika, telah dikenal juga model *predator prey* yang diperkenalkan oleh Lotka tahun 1925 dan Voltera pada tahun 1926. Model *predator prey* yang dibentuk oleh Lotka dan Voltera mengasumsikan kedua populasi dalam kondisi sehat. Oleh karena kedua populasi dalam kondisi sehat, tidak ada kendala yang menghalangi pemangsa untuk berburu dan mangsa untuk menghindari buruan [2]. Model Lotka-Voltera menyatakan bahwa hubungan fungsional antara perubahan ukuran populasi mangsa dan pemangsa pada saat sekarang bergantung pada ukuran populasi mangsa $x(t)$ dan ukuran populasi mangsa $y(t)$. Populasi mangsa tidak selamanya meningkat atau populasi pemangsa tidak selamanya menurun, tetapi dapat terjadi jika populasi naik maka angka pertumbuhan cenderung turun. Bahkan populasi yang cukup besar, bukan mustahil angka pertumbuhan negatif.

Populasi mangsa pada umumnya dapat digolongkan lagi menjadi dua bagian dalam kasus mangsa pemangsa dengan sebagian mangsa sakit yakni mangsa sehat dan

mangsa sakit. Mangsa yang sehat biasanya memiliki daya tahan tubuh yang kuat atau dapat melakukan pelarian dengan kecepatan yang lebih besar dibanding dengan mangsa yang sakit [3].

Penelitian ini mengkaji tentang analisis model predator prey dengan adanya penyakit pada prey dan pemanenan pada predator. Diasumsikan bahwa populasi mangsa yang sakit tidak diberikan pengobatan sehingga populasi mangsa yang sakit akan mati. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengetahui model predator prey dengan adanya penyakit pada prey dan pemanenan pada predator, menganalisis kestabilan model dan mengetahui simulasi model.

II.. ANALISIS MODEL PREDATOR PREY DENGAN ADANYA PENYAKIT PADA PREY DAN PEMANENAN PADA PREDATOR

2.1. Model Matematika

Penelitian tentang model predator prey atau modifikasinya di antaranya adalah analisis kestabilan model predator prey dengan infeksi penyakit pada prey dan pemanenan proporsional pada predator. [4] meneliti model mangsa pemangsa dengan infeksi pola SIS dan mengikutsertakan pemanenan untuk populasi mangsa serta menganalisis kestabilan dengan NGM. Model mangsa pemangsa dengan studi kasus pada penyebaran worm, trojan horse dan antivirus dikomputer. Worm yang diasumsikan sebagai pemangsa menginfeksi komputer dengan bantuan interaksi perangkat komputer lainnya yang telah terinfeksi [5]. Dalam artikel ini penulis mengembangkan model predator prey dengan adanya penyakit pada prey dan pemanenan pada predator. Diasumsikan bahwa populasi prey yang sakit tidak diberikan pengobatan sehingga populasi prey yang sakit akan mati.

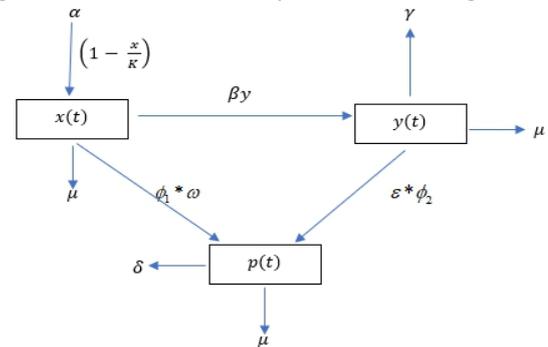
Pada model ini populasi dibagi menjadi tiga kompartemen atau subpopulasi. Misalkan didefinisikan $x(t)$ adalah populasi mangsa sehat pada waktu t . Sedangkan $y(t)$ adalah populasi mangsa sakit pada waktu t . Selanjutnya didefinisikan $p(t)$ adalah populasi pemangsa pada habitat yang sama dengan populasi mangsa pada waktu t .

Asumsi yang digunakan dalam model ini adalah

- hanya mangsa sehat yang dapat tumbuh secara logistik tanpa adanya pemangsa dengan laju pertumbuhan sebesar α ;
- adanya kematian alami pada masing-masing populasi dengan laju kematian sebesar μ ;
- adanya kematian yang disebabkan karena penyakit pada populasi mangsa yang sakit sehingga mangsa yang sakit akan berkurang dengan laju kematian sebesar γ ;
- adanya pemanenan pada populasi pemangsa sehingga populasi pemangsa berkurang dengan laju pemanenan δ ;
- adanya interaksi antara mangsa sehat dengan mangsa sakit menyebabkan mangsa sehat menjadi terinfeksi, sehingga jumlah mangsa sehat berkurang dengan laju infeksi sebesar β ;

- Populasi pemangsa memiliki karakteristik pasif, atau lebih suka menunggu mangsanya, sehingga fungsi respon holling yang digunakan adalah respon holling tipe I;
- mangsa adalah satu-satunya makanan bagi pemangsa sebagai penunjang kehidupan sehingga dengan adanya mangsa sehat, maka pemangsa akan mengalami pertumbuhan sebesar a , yang bergantung pada laju tingkat konsumsi maksimum pemangsa terhadap mangsa sehat sebesar ω dan laju konversi mangsa sehat menjadi pemangsa sebesar ϕ_1 ;
- mangsa adalah satu-satunya makanan bagi pemangsa sebagai penunjang kehidupan sehingga adanya mangsa sakit, maka pemangsa akan mengalami pertumbuhan sebesar b , yang bergantung pada laju tingkat konsumsi maksimum pemangsa terhadap mangsa sakit sebesar ε dan laju konversi mangsa sakit menjadi pemangsa sebesar ϕ_2 ;
- penyakit hanya menyebar di populasi mangsa, sehingga pemangsa tidak akan terinfeksi ketika memangsa mangsa yang sakit;
- populasi diasumsikan tertutup.

Diagram model matematika nya diberikan sebagai berikut.



Gambar 2.1 Diagram model matematika predator prey Dengan demikian diperoleh model predator prey dengan adanya penyakit pada prey dan pemanenan pada predator sebagai berikut:

$$\frac{dx}{dt} = \alpha x \left(1 - \frac{x}{K}\right) - \beta xy - \omega xp - \mu x$$

$$\frac{dy}{dt} = \beta xy - \varepsilon yp - \mu y - \gamma y \tag{1}$$

$$\frac{dp}{dt} = \alpha xp - \mu p + byp - \delta p$$

2.2 Titik Kesetimbangan dari Sistem Persamaan

Titik kesetimbangan atau titik tetap dari sistem (1) diperoleh jika $\frac{dx}{dt} = 0, \frac{dy}{dt} = 0, \frac{dp}{dt} = 0$ sehingga berdasarkan

sistem (1) diperoleh titik kesetimbangan yaitu:

$$E_1 = (x = 0, y = 0, p = 0)$$

$$E_2 = \left(x = \frac{K(\alpha - \mu)}{\alpha}, y = 0, p = 0 \right)$$

$$E_3 = \left(\frac{\mu + \gamma}{\beta}, \frac{\beta K(\alpha - \mu) - \alpha(\mu + \gamma)}{\beta(\beta K)}, 0 \right)$$

$$E_4 = \left(x = \frac{\delta + \mu}{a}, y = 0, p = \frac{Ka(\alpha - \mu) - \alpha(\delta + \mu)}{Ka\omega} \right)$$

$$E_5 = \left(\frac{\mu - by^* + \delta}{a}, \frac{Ka\varepsilon(\alpha - \mu) + Ka\omega(\mu + \gamma) - (\mu + \delta)(K\omega\beta + \alpha\varepsilon)}{a\varepsilon\beta K - b(K\omega\beta + \alpha\varepsilon)}, \frac{\beta(\mu - by^* + \delta) - a\mu - a\gamma}{a\varepsilon} \right)$$

2.3 Kestabilan Titik Kesetimbangan

Setelah diperoleh titik kesetimbangan dari sistem (1), selanjutnya diselidiki kestabilan pada model tersebut. Untuk mengidentifikasi kestabilan maka dilakukan pelinearannya dengan menggunakan matriks jacobian. Matriks jacobian (J) dari sistem (1) diperoleh sebagai berikut:

$$J = \begin{bmatrix} \alpha - \frac{2\alpha x}{K} - \beta y - \omega p - \mu & -\beta x & -\alpha x \\ \beta y & \beta x - \varepsilon p - \mu - \gamma & -\varepsilon y \\ \omega p & b p & \alpha x - \mu + b y - \delta \end{bmatrix}$$

Substitusi nilai E_1 ke matriks J maka diperoleh:

$$J(E_1) = \begin{bmatrix} \alpha - \mu & 0 & 0 \\ 0 & -\mu - \gamma & 0 \\ 0 & 0 & -\mu - \delta \end{bmatrix}$$

sehingga diperoleh nilai eigen yaitu $\lambda = \alpha - \mu$, $\lambda = -(\mu + \gamma)$, $\lambda = -(\mu + \delta)$. Dengan demikian sistem akan stabil dengan syarat $\alpha < \mu$.

Substitusi nilai E_2 ke matriks J maka diperoleh:

$$J(E_2) = \begin{bmatrix} -\alpha + \mu & \frac{-\beta K(\alpha - \mu)}{\alpha} & \frac{-\omega K(\alpha - \mu)}{a} \\ 0 & \frac{\beta K(\alpha - \mu)}{\alpha} - \mu - \gamma & 0 \\ 0 & 0 & \frac{aK(\alpha - \mu)}{\alpha} - \mu - \delta \end{bmatrix}$$

sehingga diperoleh nilai eigen yaitu $\lambda_1 = \mu - \alpha$, $\lambda_2 = A - \mu - \gamma$, $\lambda_3 = C - \mu - \delta$. Dengan demikian sistem akan stabil dengan syarat $\mu < \alpha$ dan $\gamma > A - \mu$ dan $\delta > C - \mu$.

Substitusi nilai E_3 ke matriks J maka diperoleh:

$$J(E_3) = \begin{bmatrix} \alpha - \frac{\alpha(\mu + \gamma) + \beta K(\alpha - \mu)}{\beta K} - \mu & -(\mu + \gamma) & -\alpha \left(\frac{\mu + \gamma}{\beta} \right) \\ \frac{\beta K(\alpha - \mu) - \alpha(\mu + \gamma)}{\beta K} & 0 & -\varepsilon \left(\frac{\beta K(\alpha - \mu) - \alpha(\mu + \gamma)}{\beta(\beta K)} \right) \\ 0 & 0 & a \left(\frac{\mu + \gamma}{\beta} \right) - \mu + b \left(\frac{\beta K(\alpha - \mu) - \alpha(\mu + \gamma)}{\beta(\beta K)} \right) - \delta \end{bmatrix}$$

$$\lambda^2 - \left(\alpha + \frac{\alpha(\mu + \gamma) - \beta K(\alpha - \mu)}{\beta K} + \mu \right) \lambda + \left(\frac{\beta K(\alpha - \mu) - \alpha(\mu + \gamma)}{\beta K} \right) (\mu + \gamma) = 0$$

Berdasarkan kriteria Routh-Hurwitz, diperoleh bahwa sistem akan stabil dengan syarat

$$-\alpha + \frac{\alpha(\mu + \gamma) - \beta K(\alpha - \mu)}{\beta K} + \mu \geq 0.$$

Substitusi nilai E_4 ke matriks J maka diperoleh:

$$J(E_4) = \begin{bmatrix} \alpha + \left(\frac{-\alpha(\delta + \mu) + Ka(\alpha - \mu)}{aK} \right) - \mu & -\beta \left(\frac{\delta + \mu}{a} \right) & -\omega \left(\frac{\delta + \mu}{a} \right) \\ 0 & \beta \left(\frac{\delta + \mu}{a} \right) - \varepsilon \left(\frac{Ka(\alpha - \mu) - \alpha(\delta + \mu)}{Ka\omega} \right) - \mu - \gamma & 0 \\ \frac{Ka(\alpha - \mu) - \alpha(\delta + \mu)}{K\omega} & b \left(\frac{Ka(\alpha - \mu) - \alpha(\delta + \mu)}{Ka\omega} \right) & 0 \end{bmatrix}$$

Dari $J(E_4)$ diperoleh persamaan karakteristik sebagai berikut:

$$\lambda^2 + \lambda \left(-\alpha + \left(\frac{\alpha(\delta + \mu) + Ka(\alpha - \mu)}{aK} + \mu \right) \right) + \left(\frac{Ka(\alpha - \mu) + \alpha(\mu + \delta)}{K\omega} \right) \left(\omega \left(\frac{\delta + \mu}{a} \right) \right) = 0$$

Berdasarkan kriteria Routh-Hurwitz, diperoleh bahwa sistem akan stabil dengan syarat

$$-\alpha + \left(\frac{-\alpha(\delta + \mu) - Ka(\alpha - \mu)}{aK} \right) + \mu \geq 0,$$

$$\frac{Ka(\alpha - \mu) - \alpha(\mu + \delta)}{K\omega} \leq 0,$$

$$\left(\frac{Ka(\alpha - \mu) - \alpha(\mu + \delta)}{K\omega} \right) \left(\omega \left(\frac{\delta + \mu}{a} \right) \right) \geq 0.$$

Dengan mensubstitusi nilai E_5 ke matriks J maka di peroleh:

$$J(E_5) = \begin{bmatrix} \frac{\alpha K - 2\alpha(x^*)}{K} - \beta y^* - \omega p^* - \mu & -\beta x^* & -\alpha x^* \\ \beta y^* & \beta x^* - \varepsilon p^* - \mu - \gamma & -\varepsilon y^* \\ \omega p^* & b p^* & \alpha x^* - \mu + b y^* - \delta \end{bmatrix}$$

Dari $J(E_5)$ diperoleh persamaan karakteristik sebagai berikut:

$$\lambda^3 + M\lambda^2 + N\lambda + Q = 0$$

Berdasarkan kriteria Routh-Hurwitz, diperoleh bahwa sistem akan stabil dengan syarat $M > 0$, $\frac{MN - Q}{M} > 0$ dan $Q > 0$.

Untuk memperkuat hasil analisis yang diberikan sebelumnya, dilakukan simulasi numerik terhadap sistem (1). Karena keterbatasan data yang ada, pemilihan parameter disesuaikan dengan kondisi kestabilan yang diberikan pada hasil sebelumnya.

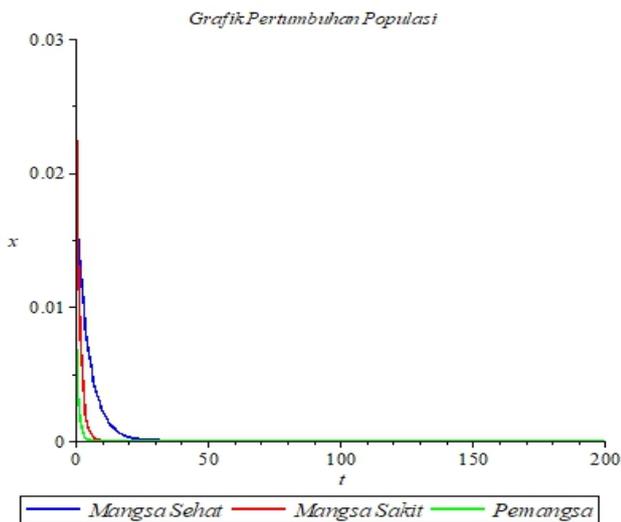
Simulasi titik kesetimbangan E_1 dengan parameter sebagai berikut:

$$x = 0.749, y = 0.5, p = 0.01, \alpha = 0.3, k = 0.2,$$

$$\beta = 0.2, \omega = 0.9, \mu = 0.5, \varepsilon = 0.05, \gamma = 0.2,$$

$$a = 0.5, b = 0.5, \delta = 0.5$$

Diperoleh gambar grafik sebagai berikut:



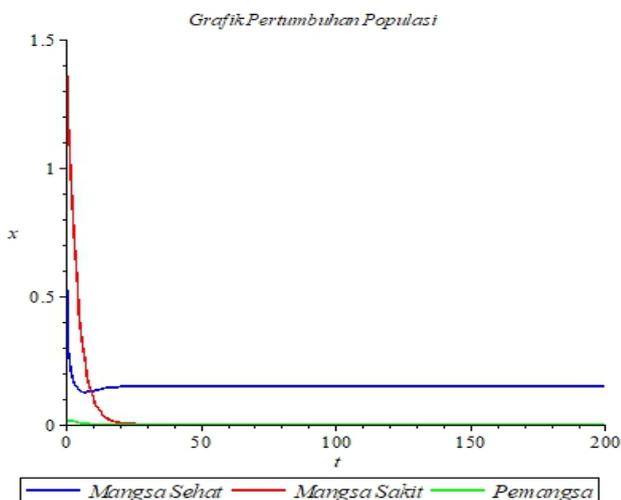
Gambar 1 Grafik pertumbuhan populasi untuk E_1

Berdasarkan analisis kestabilan yang dilakukan sebelumnya diperoleh bahwa titik kesetimbangan E_1 stabil asimtotik lokal dengan syarat tertentu seperti yang terlihat pada gambar 1. Dari gambar tersebut terlihat bahwa semua subpopulasi menuju kepunahan.

Simulasi titik kesetimbangan E_2 dengan parameter sebagai berikut.

$$x = 0.150, y = 0.05, p = 0.02, \alpha = 0.4, k = 0.2, \\ \beta = 0.2, \omega = 0.2, \mu = 0.1, \varepsilon = 0.05, \gamma = 0.2, \\ a = 0.5, b = 0.5, \delta = 0.5$$

Diperoleh gambar grafik sebagai berikut:



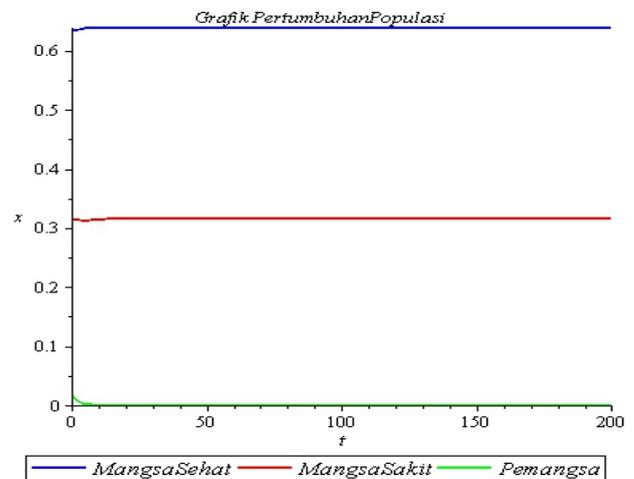
Gambar 2 Grafik pertumbuhan populasi untuk E_2

Berdasarkan analisis kestabilan yang dilakukan sebelumnya diperoleh bahwa titik kesetimbangan E_2 stabil asimtotik lokal dengan syarat tertentu seperti yang terlihat pada gambar 2. Dari gambar tersebut terlihat bahwa subpopulasi y dan p menuju kepunahan.

Simulasi titik kesetimbangan E_3 dengan parameter sebagai berikut.

$$x = 0.637, y = 0.315, p = 0.02, \alpha = 0.9, k = 0.9, \\ \beta = 0.8, \omega = 0.4, \mu = 0.01, \varepsilon = 0.01, \gamma = 0.5, \\ a = 0.1, b = 0.1, \delta = 0.5$$

Diperoleh gambar grafik sebagai berikut:



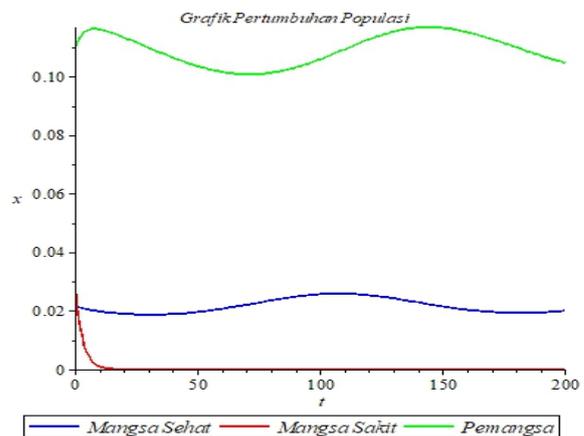
Gambar 3 Grafik pertumbuhan populasi untuk E_3

Berdasarkan analisis kestabilan yang dilakukan sebelumnya diperoleh bahwa titik kesetimbangan E_3 tidak stabil seperti yang terlihat pada gambar 2.

Simulasi titik kesetimbangan E_4 dengan parameter sebagai berikut:

$$x = 0.022, y = 0.03, p = 0.109, \alpha = 0.1, k = 0.8, \\ \beta = 0.7, \omega = 0.8, \mu = 0.01, \varepsilon = 0.4, \gamma = 0.3, \\ a = 0.9, b = 0.9, \delta = 0.01$$

Diperoleh gambar grafik sebagai berikut:



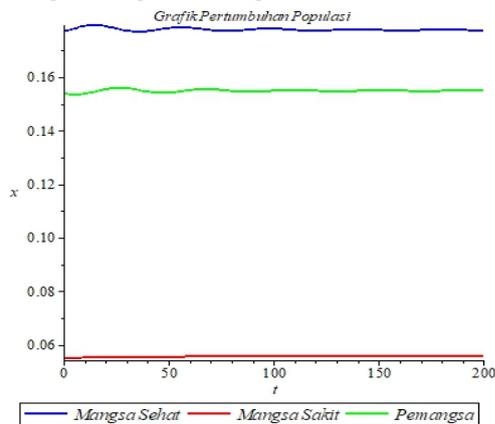
Gambar 4 Grafik pertumbuhan populasi untuk E_4

Berdasarkan analisis kestabilan yang dilakukan sebelumnya diperoleh bahwa titik kesetimbangan E_4 stabil asimtotik lokal dengan syarat tertentu seperti yang terlihat pada gambar 4. Dari gambar tersebut terlihat bahwa subpopulasi y menuju kepunahan.

Simulasi titik kesetimbangan E_5 dengan parameter sebagai berikut.

$x = 0.177$, $y = 0.055$, $p = 0.154$, $\alpha = 0.2$, $k = 0.9$,
 $\beta = 0.2$, $\omega = 0.9$, $\mu = 0.01$, $\varepsilon = 0.1$, $\gamma = 0.01$,
 $a = 0.9$, $b = 0.9$, $\delta = 0.2$

Diperoleh gambar grafik sebagai berikut:



Gambar 5 Grafik pertumbuhan populasi untuk E_5

Berdasarkan analisis kestabilan yang dilakukan sebelumnya diperoleh bahwa titik kesetimbangan E_5 stabil asimtotik lokal dengan syarat tertentu seperti yang terlihat pada gambar 5. Dari gambar tersebut terlihat bahwa semua subpopulasi eksis.

III. KESIMPULAN

Model matematika predator prey dengan adanya penyakit pada prey dan pemanenan pada predator seperti ditunjukkan dalam sistem (1). Hasil analisis menunjukkan bahwa terdapat 5(lima) titik kesetimbangan yaitu kepunahan pada semua populasi, kepunahan pada populasi prey sakit dan populasi predator; kepunahan pada populasi predator, kepunahan pada populasi prey sakit dan semua populasi eksis. Berdasarkan analisis kestabilan yang dilakukan diperoleh bahwa kondisi kepunahan pada semua populasi, kepunahan pada populasi prey sakit dan populasi predator, kepunahan pada populasi prey, dan semua populasi eksis mungkin dapat terjadi jika memenuhi syarat hubungan antar parameter. Sedangkan kondisi kepunahan pada populasi Predator tidak mungkin dapat tercapai.

REFERENSI

[1] Didiharyono dan Irwan 2017, Analisis Kestabilan dan Usaha Pemanenan Model Predator Prey Tipe Holling III dengan Keuntungan Maksimum, Jurnal Varian, vol.2, no.2, pp.55-61, Apr.2019.
 [2] K. Sujatha, M. Gunasekaran 2016, Dynamic in a Harvested Prey-Predator Model With Susceptible-Infected-Surceptible (SIS) Epidemic Disease in the Prey, Advances in Applied Mathematical Biosciences. ISSN 2248-9983 Vol. 7, 1 (2016), pp.23-31.
 [3] Khozin Mu'tamar & Zulkarnain 2017, Model Predator-prey dengan Adanya Infeksi dan Pengobatan Pada Populasi Mangsa, Jurnal Sains, Teknologi dan Industri, Vol. 15, No. 1, Desember

2017, pp. 1-6 ISSN 1693-2390 print/ISSN 2407-0939 online.
 [4] Kumar, M., Bimal Kumar Mishra & T.C Panda. 2016, Predator-Prey Models on Interaction between Computer Worms, Trojan Horse and Antivirus Software Inside a Computer System, International Journal of Security and Its Applications, Vol 10, No. 1, 173-190
 [6] Muh. Amil Siddik., 2017, kestabilan model mangsa pemangsa dengan fungsi respon holling tipe III dan penyakit pada pemangsa super, jurnal Seminar Nasional Matematika dan Aplikasinya, Departemen Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Airlangga Surabaya.
 [7] Muhammad Soleh, 2013, Model Matematika Mangsa-Pemangsa dengan Sebagian Mangsa Sakit. Jurnal Sains, Teknologi dan Industri, Vol. 10. No. 2, 2013.
 [8] Rina, Yuliana & Muh. Ilyas 2019, Model Matematika Mangsa-Pemangsa dengan Sebagian Mangsa Sakit dan Pemanenan Pada Pemangsa, Journal of Mathematics: Theory and Applications, Vol. 1, No. 2, 2019, P-ISSN 2685-9653 e-ISSN.
 [8] Siti Kholipah 2013, Model Matematika Mangsa-Pemangsa dengan Sebagian Mangsa Sakit, Jurnal Sains, Teknologi dan Industri, Vol. 10. No. 2, 2013.
 [9] Toaha, Syamsuddin., 2013, Analisis Kestabilan dan Keuntungan Maksimal Pada Model Pertumbuhan Populasi Mangsa-Pemangsa dengan Tahapan Struktur, Prosiding Seminar Nasional Matematika, Sains, dan Teknologi, Volume 4, Tahun 2013.
 [10] Yuliani, Sri Retno dan Marwam Sam., 2015, pemanenan optimal pada model reaksi dinamik system mangsa-pemangsa dengan tahapan struktur, dinamika 6 (2), 25-38, 2015.