JOMTA
Journal of Mathematics: Theory and Applications
Vol. 6, No. 2, 2024, pp. 124 – 137

p-ISSN: 2685-9653 e-ISSN: 2722-2705
DOI: 10.31605/jomta.v6i2.3999

Analisis Pola Simetri Pada Motif Kain Tenun Kabupaten Timor Tengah Utara Menggunakan Teori Grup

Elda Viana Nainoe [1*], Fitriani[2], Nugraha K.F Dethan[3]

[1,2,3] Program Studi Matematika, Fakultas Pertanian, Sains, dan Kesehatan, Universitas Timor

*Corresponding Email**: eldaviananainoe@gmail.com

Abstrak

Pada penelitian ini menggunakan teori grup untuk menganalisis pola simetri pada motif kain tenun Kabupaten Timor Tengah Utara. Motif kain tenun ini terdiri dari tiga jenis yaitu motif Buna, motif Futus, motis Sotis. Metode penelitian yang digunakan adalah studi literatur dan melibatkan analisis menggunakan teori grup simetri frieze, dengan hasil utama berupa identifikasi pola simetri pada motif-motif kain tenun tersebut. Pola Frieze yang ditemukan dari motif kain tenun Kabupaten Timor Tengah Utara adalah grup Frieze F_1, F_2, F_3, F_5, F_6 , F_7. Terdapat jenis-jenis kelompok simetri seperti translasi, refleksi, refleksi-glide, dan rotasi 180° diidentifikasi dalam motif-motif kain tersebut.

Kata Kunci: Motif tenun TTU, grup Frieze, pola simetri.

Abstract

This research aims to use group theory to identify symmetry patterns in the woven fabric motifs of Timor Tengah Utara Regency and identify the types of symmetry groups found in each woven fabric motif. The theoretical foundation of this research includes the definition of group, Abelian group, etc. The method used is literature study. Based on the results, there is a group theory used in the identification of symmetry patterns in woven fabric motifs, namely the Frieze group. Frieze group consists of Frieze group found from the woven fabric motif of North Central Timor district is Frieze group F1,F2,F3,F5,F6,F7 and Frieze pattern F4 which does not exist. Then the types of symmetry groups consist of translation, reflection, glide reflection and rotation.

Keywords: *TTU weaving motif, Frieze group, symmetry pattern*

Received : 02-07-2024, Revised :24-09-2024, Accepted :07-10-2024

1. Pendahuluan

Kebudayaan Indonesia sangat kaya dan beragam, yang terdiri dari berbagai suku, bahasa, agama, adat istiadat, seni dan tradisi. Kebudayaan ini memiliki berbagai macam kegunaan seperti perwujudan rasa syukur yang di dalamnya mengandung nilai-nilai pengetahuan. Masing-masing kebudayaan ini sudah terbagi di setiap daerah di Indonesia dengan segala keunikan yang berbeda. Setiap kebudayaan yang ada di setiap daerah mengandung berbagai unsur penting, antara lain nilai-nilai sosial masyarakat, nilai sejarah, aspek kepercayaan maupun nilai pengetahuan, khususnya matematika [1]. Salah satu kebudayaan yang memiliki nilai pengetahuan matematika adalah kain tenun. Kain tenun merupakan warisan budaya yang sangat berpengaruh dari adat istiadat setempat, di mana kain tenun itu berasal.

Kabupaten Timor Tengah (TTU) merupakan salah satu daerah di Indonesia yang terkenal dengan kerajinan kain tenun tradisionalnya. Kain tenun di Kabupaten Timor Tengah Utara (TTU) biasanya digunakan pada ritus-ritus adat, penjemputan tamu, dan acara kematian [2]. Kain tenun mengandung berbagai simbol-simbol yang terkait dengan identitas masyarakat, warisan dan sejarah budaya.

Untuk menggambarkan identitas dan budaya dalam kain tenun tergambar pada bentuk, warna dan motifnya. Menurut Setiohardjo Harjoko [3] asal kain tenun dapat diketahui dari motifnya dan tidak semua orang dapat membedakan asal daerah dari motif kain tenun tertentu dikarenakan sulitnya mendefinisikan karakteristik motif kain tenun suatu daerah dan beragamnya motif kain tenun yang ada dan komposisi warna yang beragam pula. Setiap daerah biasanya memiliki ciri khas pada masing-masing motif kain tenun mereka. Motif kain tenun merupakan sebuah pola yang dihasilkan dari teknik menenun. Motif ini biasanya dibuat dengan menggabungkan benang-benang berbeda dalam berbagai warna dan tekstur untuk menciptakan gambar atau pola tertentu. Pola tertentu ini yang dipakai untuk menemukan konsep matematika yaitu menggunakan teori grup.

Teori grup adalah salah satu cabang ilmu matematika abstrak yang mempelajari sifat-sifat dasar struktur aljabar. Salah satu jenis grup yaitu grup isometri yang erat kaitannya dengan pola-pola yang simetris dan berulang. Pola berulang dan simetris tersebut terbentuk dari transformasi, yang terdiri dari translasi, rotasi, refleksi, dan refleksi-glide [4]. Menurut Fran dan Ramadhani [5] yang menjadi penentu kesimetrian yang dimiliki masing-masing pola yaitu terdiri dari empat isometri dari suatu bidang yaitu translasi, rotasi, refleksi dan glide refleksi. Pola-pola yang simetris dapat diidentifikasi dengan menggunakan grup frieze.

Frieze group atau biasa juga disebut pola frieze merupakan sub grup dari grup simetri yang dibangun oleh translasi dalam satu arah [6]. Menurut Rahmawati dkk [5] Pola frieze memiliki tujuh jenis pola yang dibangun dari kombinasi isometri yang ada, dan Tujuh pola frieze tersebut dapat diklasifikasikan sebagai grup siklik atau dihedral.

Beberapa hasil penelitian yang telah dilakukan sebelumnya terkait identifikasi pola simetri dengan menggunakan grup frieze pada motif kain tenun yaitu Penelitian oleh Radiusman dan Juniati [1] yang mengkaji etnomatematika kain tenun lombok berdasarkan pola geometri wallpaper dan pola geometri frieze, dan hasil kajian diperoleh bahwa motif kain tenun Lombok memiliki pola frieze, secara umum kain tenun Lombok memiliki tipe $p1$ atau pola $F1$ yang terdapat pada motif serat penginang, keker dan lumbung padi. Selanjutnya, Indriati dkk [6] mengidentifikasi semua motif tenun siak yang membentuk pola kelompok frieze, diperoleh 58 jenis motif pada kain tenun Siak. Dari keseluruhan motif diketahui bahwa semuanya membentuk pola frieze yaitu pola freeze $F1, F2, F3$ hingga pola frieze $F7$.

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengidentifikasi pola simetri pada setiap motif kain tenun dan jenis kelompok simetri yang ditemukan. Penelitian ini juga bertujuan untuk memahami teori-teori matematika dalam budaya sekitar. Hasil dari penelitian ini diharapkan dapat memberikan manfaat bagi peneliti, lembaga, dan pembaca dengan tambahan pengetahuan tentang aljabar abstrak, pola simetri, dan teori grup. Penelitian ini diharapkan juga dapat memberikan wawasan tentang aplikasi matematika dalam kehidupan sehari-hari serta menjadi tambahan bahan perkuliahan dan rujukan penelitian di bidang aljabar abstrak.

2. Landasan Teori (Opsional)

2.1 Grup, Transformasi, Isometri dan Grup Frieze

Untuk mengidentifikasi pola-pola dari grup frieze dari motif tenun kabupaten Timor Tengah Utara tentu terlebih dahulu harus memahami definisi dari grup, Transfomasi dan isometri sebagai berikut.`

Definisi 1. [8] Grup adalah pasangan terurut $(G,*)$, dimana G adalah suatu himpunan tak kosong dan $*$ adalah operasi biner G sehingga berlaku sifat-sifat berikut:

1. Untuk setiap $a, b, c \in G,\ a * (b * c) = (a * b) * c$ (hukum asosiatif).
2. Ada elemen $e \in G$ sedemikian sehingga untuk setiap $a \in G,\ a * e = a = e * a$ (Eksistensi/keberadaan elemen identitas).
3. Untuk setiap $a \in G$, ada $b \in G$ sedemikian sehingga $a * b = e = b * a$ (Eksistensi/keberadaan elemen invers).

Jadi Grup adalah sistem matematika $(G,*)$ yang memenuhi ketiga sifat tersebut.

Definisi 2. [9] Transformasi adalah pemetaan satu-satu dari himpunan tak kosong X untuk dirinya sendiri. Dengan kata lain, pemetaan $f: X \to X$ dikatakan sebuah transformasi jika dan hanya jika adalah satu-satu dan untuk. Ini berarti bahwa untuk setiap titik P di dalam domain tersebut terdapat sebuah titik khusus Q sedemikian sehingga $f(P) = Q$ dan sebaliknya, untuk setiap titik R di dalam Range tersebut terdapat titik khusus S dalam domain sedemikian sehingga $F(S) = R$, dimana $P, Q, R, S \in X$.

Definisi 3. [10]: Isometri pada bidang adalah fungsi yang mempertahankan jarak $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$. Dimana mempertahankan berarti bahwa untuk titik P dan Q dengan vektor posisi p dan q berlaku $|f(P)f(Q)| = |PQ|$ atau $|f(p) - f(q)| = |p - q|$, dimana $P, Q, p, q \ \in \mathbb{R}$.

Terdapat tiga jenis dasar bidang isometri yaitu translasi, refleksi, dan rotasi. Jenis keempat adalah refleksi luncur/glide reflections yang dibangun oleh komposisi refleksi dan translasi.

Definisi 4. [5]: Suatu translasi t merupakan suatu pemetaan yang memindahkan setiap titik dengan jarak tertentu dalam arah tetap. Jika dituliskan dalam simbol
$t: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ dengan $t(x_1, x_2) = x_1 + \alpha_{1,} x_2 + \alpha_2)$ untuk setiap $(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2$ dan $\alpha = (\alpha_{1,} \alpha_2)$ merupakan vektor yang konstan. Selanjutnya, t dapat dituliskan sebagai t_α yaitu perpindahan arah oleh α terhadap t.

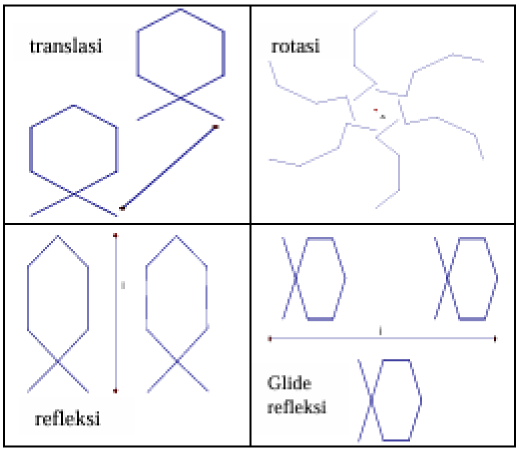
Definisi 5. [5]: Suatu rotasi s adalah suatu pemetaan yang memindahkan setiap titik dari suatu bidang dengan sudut tertentu terhadap suatu titik yang disebut center atau dapat dinyatakan sebagai berikut: $s: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$

$$s: (\rho, \theta) \mapsto (\rho, \theta + \alpha)$$

dengan $\alpha \in \mathbb{R}\ mod\ 2\pi$.

Definisi 6. [5] Refleksi r merupakan suatu pemetaan yang memindahkan setiap titik dari bidang ke bayangan cermin dalam suatu garis l yang fix. Garis l ini disebut axis dari r dan ditulis $r = r(l)$. Selanjutnya , misalkan $P \in l$ maka $r(P) = P$, jika $P \notin l$ maka $r(P)$ merupakan titik unik di $\mathbb{R}^2$sedemikian sehinggaz l tegak lurus dengan garis yang di bentuk oleh P dan $r(P)$.

Definisi 7. [5] Suatu glide refleksi adalah suatu refleksi pada suatu axis yang di ikuti oleh translasi sejajar dengan axisnya.



Gambar 1. Pola Frieze F_1(Umble dan Han, 2014)

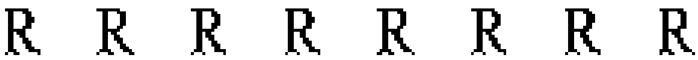
Definisi 8. [11]: Grup simetri dari pola frieze disebut grup frieze. Suatu pola frieze adalah bayangan bidang F dengan memenuhi sifat-sifat berikut:

1. Terdapat translasi F.
2. Semua simetri translasi bukan identitas di F memperbaiki garis yang sama.

Pola frieze memiliki 7 pola sebagai berikut [11]:

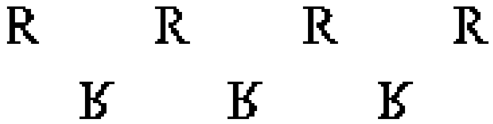
1. Pola frieze F_1
   Pola F_1 hanya terdapat simetri translasi (Perhatikan gambar 1). Ada dua translasi dasar dari F_1; satu bergeser ke kiri, yang lain bergeser kekanan. Misalkan τ suatu translasi dasar maka $\tau^n \neq \iota$ untuk

$n \neq 0$ dan grup frieze dari F_1 adalah grup siklik tak hingga $\mathcal{F}_1 = \langle \tau \rangle = \{\tau^n : n \in \mathbb{Z}\}$.



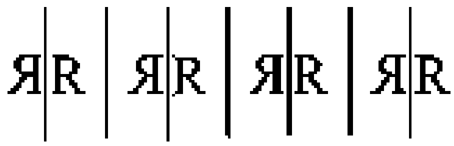
Gambar 2. Pola Frieze F_1(Umble dan Han, 2014)

2. Pola frieze F_2
   Pola F_2 memiliki simetri refleksi (Perhatikan gambar 2). Misalkan γ menjadi refleksi luncur sedemikian sehingga γ^2 adalah suatu translasi dasar. Maka $\gamma^n \neq \iota$ untuk semua $n \neq 0$ dan γ^2 pembangun subgrup translasi. Grup frieze F_2 adalah grup siklik tak hingga $\mathcal{F}_2 = \langle \gamma \rangle = \{\gamma^n : n \in \mathbb{Z}\}$.



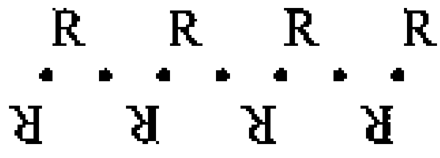
Gambar 3. Pola Frieze F_2 (Umble dan Han, 2014)

3. Pola frieze F_3
   Pola frieze F_3 memiliki simetri garis vertikal (Perhatikan gambar 3). Misalkan ℓ menjadi garis simetri. Pilih sebuah garis m sedemikian sehingga $\tau = \sigma_m \circ \sigma_\ell$ adalah translasi dasar. Kemudian m juga merupakan simetri karena $\sigma_m = \tau \circ \sigma_\ell$ dan komposisi dari simetri-simetri adalah sebuah simetri. Secara umum, refleksi $\tau^n \circ \sigma_\ell$ adalah simetri untuk setiap $n \in \mathbb{Z}$; refleksi-refleksi menentukan semua barisan simetri. Frieze group dari F_3 adalah $\mathcal{F}_3 = \langle \tau^n, \sigma_\ell \rangle = \{\tau^n \circ \sigma_\ell^m : n \in \mathbb{Z}; m = 0 \text{ atau } m = 1\}$.



Gambar 4. Pola Frieze F_3 (Umble dan Han, 2014)

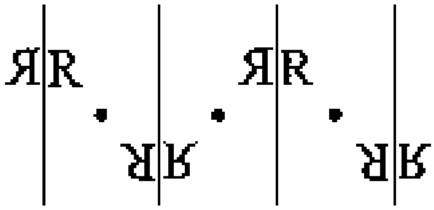
4. Pola frieze F_4
   Pola frieze F_4 memiliki simetri setengah putaran (Perhatikan gambar 4). Misalkan P menjadi titik simetri. Pilih sebuah titik Q sedemikian sehingga $\tau = \varphi_Q \circ \varphi_P$ adalah translasi dasar. Kemudian Q juga sebuah titik simetri karena $\varphi_Q = \tau \circ \varphi_P$. Secara umum, setengah putaran $\tau^n \circ \varphi_P$ adalah suatu simetri untuk setiap F_4 adalah $\mathcal{F}_4 = \langle \tau, \varphi_P \rangle = \{\tau^n \circ \varphi_P^m : n \in \mathbb{Z}; m = 0 \text{ atau } m = 1\}$.



Gambar 5. Pola Frieze F_4 (Umble dan Han, 2014)

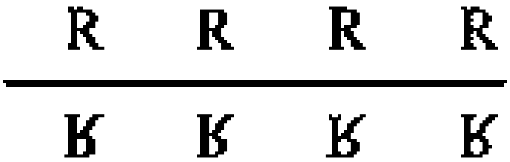
5. Pola frieze F_5
   Pada Pola frieze F_5 dapat diidentifikasi setengah putaran dan refleksi luncur simetri (Perhatikan gambar 5). Selain itu, F_5 memiliki garis vertikal simetri, tetapi simetri dapat diperoleh dengan komposisi refleksi luncur dengan setengah putaran. Misalkan P menjadi sebuah garis simetri dan misalkan γ menjadi sebuah refleksi luncur sedemikian sehingga γ^2 adalah translasi dasar. Pilih suatu titik Q sedemikian sehingga $\gamma^2 = \varphi_Q \circ \varphi_P$. Kemudian Q juga sebuah titik simetri karena $\varphi_Q = \gamma^2 \circ \varphi_P$. Secara umum, setengah putaran $\gamma^{2n} \circ \varphi_P$ adalah sebuah simetri untuk setiap $n \in \mathbb{Z}$; setengah putaran ini menentukan semua titik-titik simetri. Garis simetri dapat diperoleh dari γ dan φ_P sebagai berikut: misalkan c dengan sumbu horizontal γ, misalkan a garis vertikal melalui P, dan misalkan

ℓ dengan garis vertikal sedemikian sehingga $\gamma = \sigma_\ell \circ \sigma_a \circ \sigma_c$. Kemudian $\varphi_P = \sigma_a \circ \sigma_c$ sehingga $\gamma \circ \varphi_P$ dan garis simetri adalah refleksi $\gamma^{2n} \circ \sigma_\ell$ dengan $n \in \mathbb{Z}$. Grup frieze dari pola F_5 adalah $\mathcal{F}_5 = \langle \gamma, \varphi_P \rangle = \{\gamma^n \circ \varphi_P^m : n \in \mathbb{Z}; m = 0 \text{ atau } m = 1\}$.



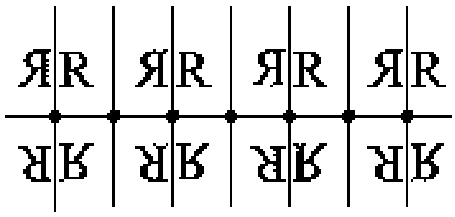
Gambar 6. Pola Frieze F_5 (Umble dan Han, 2014)

6. Pola frieze F_6
   Pola F_6 memiliki sebuah garis simetri horizontal khusus c (Perhatikan gambar 6). Dengan demikian grup frieze F_6 adalah $\mathcal{F}_6 = \langle \tau, \sigma_c \rangle = \{\tau^n \circ \sigma_c^m : n \in \mathbb{Z}; m = 0 \text{ atau } m = 1\}$.



Gambar 7. Pola Frieze F_6 (Umble dan Han, 2014)

7. Pola frieze F_7
   Grup frieze F_7 memiliki sebuah garis simetri horizontal khusus c (Perhatikan gambar 7). Misalkan ℓ menjadi garis simetri vertikal dan misalkan τ menjadi sebuah translasi dasar. Kemudian garis simetri vertikal adalah refleksi $\tau^n \circ \sigma_\ell$ dengan $n \in \mathbb{Z}$ dan titik $P = c \cap \ell$ adalah sebuah titik simetri karena $\varphi_P = \sigma_c \circ \sigma_\ell$. Dengan demikian simetri-simetri setengah putaran $\tau^n \circ \varphi_P$ dengan $n \in \mathbb{Z}$. Grup frieze dari F_7 adalah $\mathcal{F}_7 = \langle \tau, \sigma_c, \sigma_\ell \rangle = \{\tau^n \circ \sigma_c^m \circ \sigma_\ell^k : n \in \mathbb{Z}; m = 0 \text{ atau } m = 1, k = 0 \text{ atau } k = 1\}$.



Gambar 8. Pola Frieze F_7 (Umble dan Han, 2014)

2.2 Motif kain Tenun Kabupaten Timor Tengah Utara

Motif kain tenun yaitu hasil kerajinan berupa kain yang terbuat dari benang yang ditenun yang di dalamnya gambar secara keseluruhan dengan pola-pola atau bentuk-bentuk stilasi benda alam dengan gaya irama yang khas [12]. Terdapat tiga motif yang sangat dikenal dalam masyarakat, yaitu motif Buna, Sotis, dan Futus.

1. Motif Buna
   Motif kain tenun Buna (gambar 8) berasal dari daerah Insana. Hasil karya tenunan ini dikerjakan dalam jangka waktu yang cukup lama dan menggunakan tangan. Warna dasar adalah putih dan hitam dipadukan dengan warna biru, kuning, orange, coklat, dan merah hati [2]. Proses pembuatan motif ini dilakukan dengan mewarnai benang terlebih dahulu kemudian membentuk motif yang berbeda pada benang yang sudah diwarnai. Keunikan dari kain ini adalah memiliki motif yang

terlihat timbul. Selain terlihat motif yang timbul, motif kain buna juga mengandung unsur matematika di dalamnya dengan menerapkan konsep geometri seperti segi empat, garis lurus dan konsep pencerminan.

Gambar 9. Salah satu jenis Motif Kain Buna

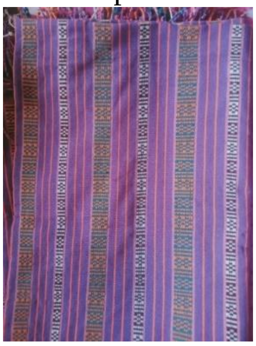
2. Motif Futus/Ikat

   Motif tenunan Futus/Ikat (gambar 9) disebut motif ikat karena proses pembuatan motif dilakukan melalui pengikatan benang-benang. Motif futus biasanya dipakai oleh Orang Biboki. Motif tenun ini biasanya menggunakan warna dasar hitam atau merah terang dikombinasikan dengan biru tua, hijau, coklat, dan kuning [2]. Motif kain Futus merupakan tenunan yang dilakukan dengan cara mengikat dan diberi warna terlebih dahulu sebelum menenun. Motif memiliki corak geometris yang melambangkan cerita mitos lokal.

Gambar 10. Salah satu jenis Motif Kain Futus/Ikat

3. Motif Sotis

   Motif Sotis (gambar 10) berasal dari daerah Miomaffo Timur, tenunan ini biasanya menggunakan warna dasar hitam atau biru dipadukan dengan putih [2]. Tampilan kain tenun sotis mirip dengan kain songket. Proses pembuatan kain ini paling rumit dan membutuhkan waktu paling lama. Tenunan ini banyak menerapkan konsep garis lurus dan konsep pencerminan.



Gambar 11. Salah satu jenis Motif Kain Sotis

3. Metode

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode studi literatur yaitu penelitian yang dilakukan dengan mengumpulkan teori dan informasi yang berhubungan dengan penelitian dengan bantuan referensi yang diperoleh dari jurnal, artikel, dan buku-buku referensi. Adapun Langkah-langkah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Pengumpulan Data

   Data yang dikumpulkan melalui observasi langsung terhadap beberapa jenis motif Kain Tenun dari Kabupaten Timor Tengah Utara. Data tersebut mencakup foto-foto motif Kain Tenun.

2. Identifikasi
   Konsep grup Frieze digunakan untuk mengidentifikasi pola simetri pada setiap motif kain tenun. Pertama-tama dilakukan analisis terhadap karakteristik dasar dari kelompok simetri seperti rotasi dan refleksi geometri. Kemudian, mengidentifikasi kelompok simetri yang cocok dengan pola-pola simetri pada setiap motif.
3. Analisis Kelompok Simetri
   Setelah berhasil mengidentifikasi kelompok-kelompok simetri pada masing-masing motif, selanjutnya melakukan analisis lebih mendalam terhadap sifat-sifat matematika dari masing-masing kelompok tersebut. Jenis transformasi yang digunakan adalah matriks transformasi dapat dijelaskan sebagai berikut.

   Misalkan $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ merupakan titik awal dan $\begin{pmatrix} a' \\ b' \end{pmatrix}$ adalah titik hasil maka [4] :

   a) Translasi. Matriks transformasi untuk translasi adalah $\begin{pmatrix} a' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+h \\ b+k \end{pmatrix}$.
   b) Refleksi. Matriks terhadap $x = 0$ (sumbu x) adalah $\begin{pmatrix} a' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$, sedangkan Matriks transformasi terhadap $x = h$ adalah $\begin{pmatrix} a' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2h \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$. Matriks transformasi terhadap $y = 0$ (sumbu y) adalah $\begin{pmatrix} a' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$, sedangkan Matriks transformasi terhadap $y = k$ adalah $\begin{pmatrix} a' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2k \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$.
   c) Rotasi. Matriks transformasi untuk rotasi dengan pusat $(0,0)$ adalah $\begin{pmatrix} a' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$. Matriks transformasi untuk rotasi dengan pusat (m, n) adalah $\begin{pmatrix} a' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a-m \\ b-n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}$.

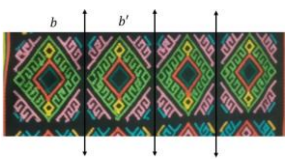
   Refleksi-*glide* adalah refleksi sejajar yang diikuti oleh translasi sejajar dengan sumbu refleksi.

4. Hasil dan Pembahasan

Hasil utama yang ditemukan adalah kerakteristik dasar kelompok simetri pada ketiga jenis motif tenun kabupaten Timor Tengah utara yaitu motif Buna, Motif Futus dan motif Sotis. Kemudian, diidentifikasi pola simetri menggunakan konsep grup frieze.

4.1 Identifikasi Pola simetri pada motif kain tenun kabupaten Timor Tengah Utara

Table 1. Kelompok simetri dan grup frieze motif Buna

Pola Frieze Motif Buna	Motif dasar	Kelompok Simetri	Grup Frieze
		Translasi	$\mathcal{F}_1 = \langle \tau \rangle = \{\tau^n : n \in \mathbb{Z}\}$

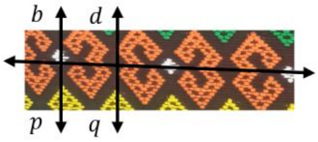
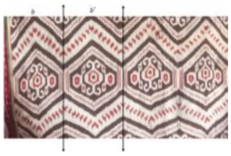
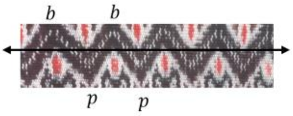
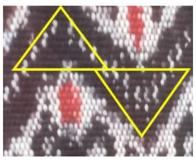
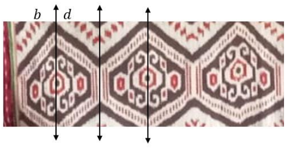
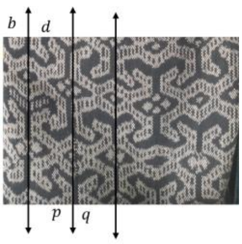
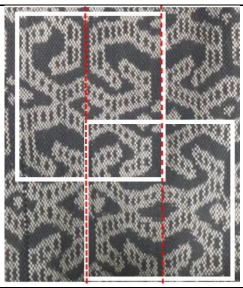
		Translasi dan refleksi glide	$\mathcal{F}_2 = \langle \gamma \rangle = \{\gamma^n : n \in \mathbb{Z}\}.$
		Translasi, refleksi vertikal, dan refleksi horizontal	$\mathcal{F}_7 = \langle \tau, \sigma_c, \sigma_\ell \rangle = \{\tau^n \circ \sigma_c^m \circ \sigma_\ell^k : n \in \mathbb{Z}; m = 0 \text{ atau } m = 1, k = 0 \text{ atau } k = 1\}$

Table 2. Kelompok simetri dan grup frieze motif Futus

Pola Frieze Motif Futus	Motif dasar	Kelompok Simetri	Grup Frieze
		Translasi	$\mathcal{F}_1 = \langle \tau \rangle = \{\tau^n : n \in \mathbb{Z}\}$
		Translasi dan refleksi glide	$\mathcal{F}_2 = \langle \gamma \rangle = \{\gamma^n : n \in \mathbb{Z}\}.$
		Translasi dan refleksi vertikal	$\mathcal{F}_3 = \langle \tau^n, \sigma_\ell \rangle = \{\tau^n \circ \sigma_\ell^m : n \in \mathbb{Z}; m = 0 \text{ atau } m = 1\}$
		Translasi, refleksi glide dan rotasi	$\mathcal{F}_5 = \langle \gamma, \varphi_P \rangle = \{\gamma^n \circ \varphi_P^m : n \in \mathbb{Z}; m = 0 \text{ atau } m = 1\}.$

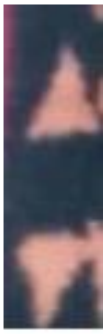
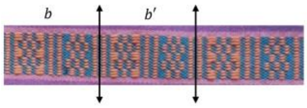
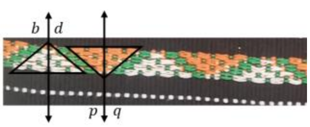
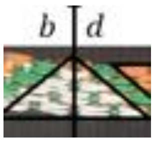
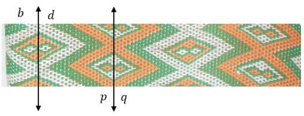
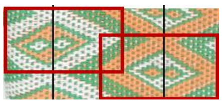
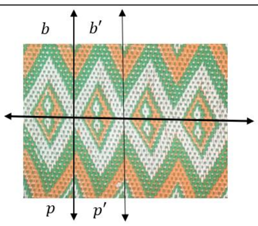
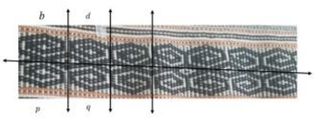
		Translasi dan refleksi horizontal	$\mathcal{F}_6 = \langle \tau^n, \sigma_c \rangle = \{\tau^n \circ \sigma_c^m : n \in \mathbb{Z}; m = 0 \text{ atau } m = 1\}.$
		Translasi, refleksi vertikal, dan refleksi horizontal	$\mathcal{F}_7 = \langle \tau, \sigma_c, \sigma_\ell \rangle = \{\tau^n \circ \sigma_c^m \circ \sigma_\ell^k : n \in \mathbb{Z}; m = 0 \text{ atau } m = 1, k = 0 \text{ atau } k = 1\}$

Table 3. Kelompok simetri dan grup frieze motif Sotis

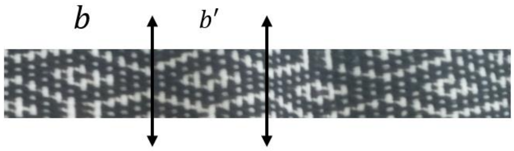
Pola Frieze Motif Sotis	Motif dasar	Kelompok Simetri	Grup Frieze
		Translasi	$\mathcal{F}_1 = \langle \tau \rangle = \{\tau^n : n \in \mathbb{Z}\}$
		Translasi dan refleksi vertikal	$\mathcal{F}_3 = \langle \tau^n, \sigma_\ell \rangle = \{\tau^n \circ \sigma_\ell^m : n \in \mathbb{Z}; m = 0 \text{ atau } m = 1\}$
		Translasi, refleksi glide dan rotasi	$\mathcal{F}_5 = \langle \gamma, \varphi_P \rangle = \{\gamma^n \circ \varphi_P^m : n \in \mathbb{Z}; m = 0 \text{ atau } m = 1\}.$
		Translasi dan refleksi horizontal	$\mathcal{F}_6 = \langle \tau^n, \sigma_c \rangle = \{\tau^n \circ \sigma_c^m : n \in \mathbb{Z}; m = 0 \text{ atau } m = 1\}.$
		Translasi, refleksi vertikal, dan refleksi horizontal	$\mathcal{F}_7 = \langle \tau, \sigma_c, \sigma_\ell \rangle = \{\tau^n \circ \sigma_c^m \circ \sigma_\ell^k : n \in \mathbb{Z}; m = 0 \text{ atau } m = 1, k = 0 \text{ atau } k = 1\}$

4.2 Analisis Kelompok Simetri pada motif kain tenun kabupaten Timor Tengah Utara

Berdasarkan identifikasi kelompok simetri yang ditemukan pada beberapa motif kain tenun kabupaten Timor Tengah Utara, kelompok-kelompok simetri tersebut adalah Translasi, refleksi, refleksi luncur dan Rotasi $180°$. Untuk melakukan analisis kelompok simetri pada motif kain tenun dapat menggunakan matriks transformasi.

4.2.1 Pola frieze F_1

Kelompok simetri yang terdapat pada pola ini adalah translasi. Berikut akan dianalisis kelompok simetri pada pola frieze F_1 menggunakan matriks transformasi. Akan dipilih salah satu motif untuk mewakili pola F_1 untuk melakukan analisis kelompok simetri.



Gambar 12. Contoh motif yang mewakili pola F_1

Misalkan τ merupakan translasi maka terdapat vektor v .Untuk representasi matriks pada pola ini adalah dengan mengambil sebarang $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ yang merupakan titik transformasi. dan terdapat $(v_1, v_2) \in v$ maka

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \xrightarrow{translasi\ (v_1,v_2)} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} x + v_1 \\ y + v_2 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + v_1 \\ y + v_2 \end{pmatrix}$$

Jadi hasil representasi matriks pada pola F_1 adalah $\begin{pmatrix} x + v_1 \\ y + v_2 \end{pmatrix}$.

4.2.2 Pola frieze F_2

Kelompok simetri yang ditemukan pada Pola ini adalah refleksi-*glide*. Berikut akan dianalisis kelompok simetri pada pola frieze F_2 menggunakan matriks transformasi. Akan dipilih salah satu motif untuk mewakili pola F_2 untuk melakukan analisis kelompok simetri.

Gambar 13. Contoh motif yang mewakili pola F_2

Misalkan τ merupakan translasi maka terdapat vektor v. $\sigma(p)$ merupakan refleksi sejajar sumbu x dengan matriks transformasi $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$. Selanjutnya, untuk representasi matriks dengan $(v_1, v_2) \in v$ maka

Perlu diperhatikan bahwa refleksi-*glide* adalah komposisi translasi dan refleksi $\gamma = \tau \circ \sigma$

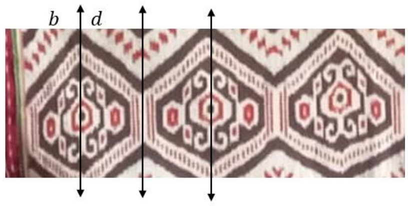
$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \xrightarrow{translasi\ (v_1,v_2)} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} x + v_1 \\ y + v_2 \end{pmatrix} \text{ selanjutnya,}$$

$$\begin{pmatrix} x+v_1 \\ y+v_2 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{refleksi sumbu x}} \begin{pmatrix} x'' \\ -y'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x+v_1 \\ y+v_2 \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} x+v_1 \\ -(y+v_2) \end{pmatrix}$$

Dengan demikian, hasil representasi matriks pola F_2 adalah $\begin{pmatrix} x+v_1 \\ -(y+v_2) \end{pmatrix}$.

4.2.3 Pola frieze F_3

Kelompok simetri yang ditemukan pada Pola ini adalah refleksi vertikal dan Translasi. Berikut akan dianalisis kelompok simetri pada pola frieze F_3 menggunakan matriks transformasi. Akan dipilih salah satu motif untuk mewakili pola F_3 untuk melakukan analisis kelompok simetri.



Gambar 14. Contoh motif yang mewakili pola F_3

Misalkan τ merupakan translasi maka terdapat vektor v . $\sigma_\ell(d)$ merupakan refleksi sejajar sumbu y dengan matriks transformasi $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. Selanjutnya, untuk representasi matriks pada pola ini dengan $(v_1, v_2) \in v$, maka $\tau \circ \sigma_\ell$ adalah

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{refleksi sumbu y}} \begin{pmatrix} -x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} -x \\ y \end{pmatrix}$$

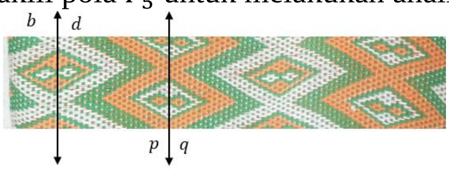
Selanjutnya,

$$\begin{pmatrix} -x \\ y \end{pmatrix} \xrightarrow{translasi\ (v_1,v_2)} \begin{pmatrix} x'' \\ y'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} -x+v_1 \\ y+v_2 \end{pmatrix}$$

Jadi hasil representasi matriks pola F_3 adalah $\begin{pmatrix} -x+v_1 \\ y+v_2 \end{pmatrix}$.

4.2.4 Pola frieze F_5

Kelompok simetri yang ditemukan pada pola ini adalah refleksi vertikal, refleksi-*glide* dan rotasi 180°. Refleksi-*glide* merupakan komposisi dari kelompok simetri translasi dan refleksi dari suatu garis. Berikut akan dianalisis kelompok simetri pada pola frieze F_5 menggunakan matriks transformasi. Akan dipilih salah satu motif untuk mewakili pola F_5 untuk melakukan analisis kelompok simetri.



Gambar 15. Contoh motif yang mewakili pola F_5

Misalkan γ Refleksi-*glide*, τ merupakan translasi maka terdapat vektor v , Misalkan $\sigma_\ell(d)$ merupakan refleksi sejajar sumbu y dengan matriks transformasi $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. Sedangkan $\sigma_c(p)$ merupakan refleksi sejajar sumbu x dengan matriks transformasi $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$. Dan untuk φ merupakan rotasi 180°

dengan matriks transformasi $\begin{pmatrix} \cos 180° & -\sin 180° \\ \sin 180° & \cos 180° \end{pmatrix}$. Representasi matriks pada pola F_5 dengan terdapat $(v_1, v_2) \in v$. maka $\gamma \circ \varphi$ adalah

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{refleksi sumbu y}} \begin{pmatrix} -x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} -x \\ y \end{pmatrix}$$

$\gamma = \tau \circ \sigma$

$$\begin{pmatrix} -x \\ y \end{pmatrix} \xrightarrow{translasi\ (v_1, v_2)} = \begin{pmatrix} -x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} -x + v_1 \\ y + v_2 \end{pmatrix}$$

Selanjutnya,

$$\begin{pmatrix} -x + v_1 \\ y + v_2 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{refleksi sumbu x}} \begin{pmatrix} x''' \\ -y''' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -x + v_1 \\ y + v_2 \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} -x + v_1 \\ -(y + v_2) \end{pmatrix}$$

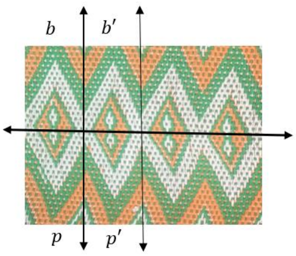
Kemudian,

$$\begin{pmatrix} -x + v_1 \\ -(y + v_2) \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{rotasi } 180°} \begin{pmatrix} x'''' \\ y'''' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos 180° & -\sin 180° \\ \sin 180° & \cos 180° \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -x + v_1 \\ -(y + v_2) \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -x + v_1 \\ -(y + v_2) \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} x - v_1 \\ y + v_2 \end{pmatrix}$$

Jadi hasil representasi matriks pola F_5 adalah $\begin{pmatrix} x - v_1 \\ y + v_2 \end{pmatrix}$.

4.2.5 Pola frieze F_6

Kelompok simetri yang ditemukan pada Pola ini adalah refleksi horizontal dan Translasi. Berikut akan dianalisis kelompok simetri pada pola frieze F_3 menggunakan matriks transformasi. Akan dipilih salah satu motif untuk mewakili pola F_6 untuk melakukan analisis kelompok simetri.



Gambar 16. Contoh motif yang mewakili pola F_6

Misalkan τ merupakan translasi maka terdapat vektor v . $\sigma_c(p)$ merupakan refleksi sejajar sumbu x dengan matriks transformasi $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$. Selanjutnya, untuk representasi matriks pada pola ini dengan $(v_1, v_2) \in v$ maka

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{refleksi sumbu x}} \begin{pmatrix} x' \\ -y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} x \\ -y \end{pmatrix}$$

Selanjutnya,

$$\begin{pmatrix} x \\ -y \end{pmatrix} \xrightarrow{translasi\ (v_1,v_2)} \begin{pmatrix} x'' \\ y'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ -y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} x + v_1 \\ -y + v_2 \end{pmatrix}$$

Jadi hasil representasi matriks pola F_6 adalah $\begin{pmatrix} x + v_1 \\ -y + v_2 \end{pmatrix}$.

4.2.6 Pola frieze F_7

Kelompok simetri yang ditemukan pada pola ini adalah translasi, refleksi vertikal, refleksi horizontal, dan rotasi 180°. Berikut akan dianalisis kelompok simetri pada pola frieze F_7 menggunakan matriks transformasi. Akan dipilih salah satu motif untuk mewakili pola F_7 untuk melakukan analisis kelompok simetri.

Gambar 17. Contoh motif yang mewakili pola F_7

Misalkan τ merupakan translasi maka terdapat vektor v. $\sigma_\ell(d)$ merupakan refleksi sejajar sumbu y dengan matriks transformasi $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. Sedangkan $\sigma_c(p)$ merupakan refleksi sejajar sumbu x dengan matriks transformasi $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$. Terdapat $\varphi(q)$ merupakan rotasi 180°. Selanjutnya, untuk representasi matriks pada pola ini adalah dengan $(v_1, v_2) \in v$, maka $\tau \circ \sigma_c \circ \sigma_\ell$ dimana $\sigma_c \circ \sigma_\ell = \varphi$ adalah

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{refleksi sumbu y}} \begin{pmatrix} -x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} -x \\ y \end{pmatrix}$$

Selanjutnya,

$$\begin{pmatrix} -x \\ y \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{refleksi sumbu x}} \begin{pmatrix} x'' \\ -y'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -x \\ y \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} -x \\ -y \end{pmatrix}$$

Kemudian,

$$\begin{pmatrix} -x \\ -y \end{pmatrix} \xrightarrow{translasi\ (v_1,v_2)} \begin{pmatrix} x''' \\ y''' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x \\ -y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} -x + v_1 \\ -y + v_2 \end{pmatrix}$$

Jadi hasil representasi matriks pola F_7 adalah $\begin{pmatrix} -x + v_1 \\ -y + v_2 \end{pmatrix}$.

4. Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan yang dilakukan untuk mengidentifikasi pola simetri pada setiap motif kain tenun kabupaten Timor Tengah Utara dapat menggunakan konsep teori grup khususnya grup Frieze. Di dalam grup Frieze terdapat jenis-jenis kelompok simetri seperti Translasi, Refleksi horizontal, Refleksi vertikal, Refleksi Luncur dan Rotasi 180°. Hasil identifikasi pola simetri pada motif kain tenun kabupaten Timor Tengah Utara berdasarkan Konsep grup frieze diperoleh bahwa tidak semua motif tenun termuat dalam ketujuh jenis pola frieze. Pola Frieze yang ditemukan yaitu F_1, F_2, F_3, F_5, F_6 dan F_7. Berdasarkan pola yang ditemukan motif buna hanya memuat pola F_1, F_2 dan F_7. Untuk motif sotis ditemukan pola F_1, F_2, F_3, F_5, F_6 dan F_7. Sedangkan, motif sotis juga ditemukan pola F_1, F_3, F_5, F_6 dan F_7. Kemudian, Pola Frieze yang tidak ditemukan dalam motif kain tenun kabupaten Timor Tengah Utara yaitu F_4. Kemudian, hasil dari anasisis pila simetri ini menggunakan matriks transformasi sehingga hasil representasi dari tiap-tiap pola sebagai berikut representasi matriks pada pola F_1 adalah $\begin{pmatrix} x+v_1 \\ y+v_2 \end{pmatrix}$, representasi matriks F_2 adalah $\begin{pmatrix} x+v_1 \\ -(y+v_2) \end{pmatrix}$, representasi matriks pola F_3 adalah $\begin{pmatrix} -x+v_1 \\ y+v_2 \end{pmatrix}$ representasi matriks pola F_3 adalah $\begin{pmatrix} -x+v_1 \\ y+v_2 \end{pmatrix}$ representasi matriks pola F_5 adalah $\begin{pmatrix} x-v_1 \\ y+v_2 \end{pmatrix}$, representasi matriks pola F_6 adalah $\begin{pmatrix} x+v_1 \\ -y+v_2 \end{pmatrix}$, representasi matriks pola F_7 adalah $\begin{pmatrix} -x+v_1 \\ -y+v_2 \end{pmatrix}$.

Referensi

[1] R. Radiusman dan D. Juniati, “Kajian Etnomatematika Kain Tenun Lombok Berdasarkan Pola Geometri Wallpaper Dan Pola Geometri Frieze,” *AJPM*, vol. 11, no. 3, hlm. 1909, Sep 2022, doi: 10.24127/ajpm.v11i3.5329.

[2] Y. N. Deda dan H. Disnawati, “Hubungan Motif Kain Tenun Masyarakat Suku Dawan – Timor Dengan Matematika Sekolah,” 2017.

[3] N. M. Setiohardjo dan A. Harjoko, “Analisis Tekstur untuk Klasifikasi Motif Kain (Studi Kasus Kain Tenun Nusa Tenggara Timur),” *Indonesian J. Comput. Cybern. Syst.*, vol. 10, no. 1, hlm. 177, Jul 2014, doi: 10.22146/ijccs.6545.

[4] Y. Nataliani, T. Wellem, dan A. Iriani, “Pembangkitan pola menggunakan konsep grup kertas dinding,” *AITI*, vol. 18, no. 1, hlm. 1–13, Jul 2021, doi: 10.24246/aiti.v18i1.1-13.

[5] F. Fran dan E. W. Ramadhani, “Identifikasi Pola Simetri Menggunakan Teori Grup,” 2017.

[6] A. Rahmawati dan F. Fran, “Frieze Group Pada Seni Dekoratif Masjid”.

[7] M. Indriati, T. Turmudi, dan J. A. Dahlan, “Frieze Pattern on Siak Weaving Motifs and Their Implementation in Mathematics Learning,” *Jurnal Nasional Pendidikan Matematika*, vol. 6, no. 4, hlm. 761, Des 2022, doi: 10.33603/jnpm.v6i4.7711.

[8] D. S. Malik, J. N. Mordeson, dan M. K. Sen, “Introduction to Abstract Algebra”.

[9] B. Moltot, “Text Book of Transformation Geometry by Begashaw M. For your comments, use 0918768942,” 2007.

[10] A. Baker, “Groups and symmetry,” *University of Glasgow*, hlm. 1–51, 2005.

[11] R. N. Umble dan Z. Han, *Transformational Plane Geometry*, 0 ed. Chapman and Hall/CRC, 2014. doi: 10.1201/b17787.

[12] D. A. Meko dan M. O. Meo, “Pengenalan Motif Kain Tenun Kabupaten Timor Tengah Selatan (TTS) dengan Menggunakan Game Puzzle,” *j. teknologi terpadu*, vol. 3, no. 2, Jan 2018, doi: 10.54914/jtt.v3i2.83.