

Penerapan Model Pertumbuhan Populasi Malthus dan Verhulst untuk Estimasi Jumlah Penduduk di Provinsi Sulawesi Selatan

Fitria Syawal¹, Ilham Syata², Hikmawati Pathuddin³, Risnawati Ibanas⁴

^{1,2,3,4} Program Studi Matematika, Universitas Islam Negeri Alauddin Makassar, Gowa 92111, Indonesia
Corresponding Email*: fitriasyawal3@gmail.com

Abstrak

Pertumbuhan jumlah penduduk merupakan bertambah atau meningkatnya jumlah penduduk di suatu daerah dalam waktu tertentu. Peningkatan dapat mengakibatkan dampak yang negatif bagi masyarakat, akan terjadi ketidakseimbangan antara jumlah penduduk dan sumber daya yang tersedia. Oleh karena itu, perlu melakukan estimasi untuk perencanaan pembangunan di masa yang akan datang. Penelitian ini membahas perbandingan model Malthus dan Verhulst sebagai model yang digunakan untuk estimasi jumlah penduduk di Provinsi Sulawesi selatan berdasarkan kelompok umur dan jenis kelamin. Hasil dari perbandingan didapatkan bahwa model yang akurat untuk melakukan estimasi jumlah penduduk adalah model Verhulst. Hal ini diperoleh dari perhitungan masing-masing galat kedua model yaitu galat model Verhulst lebih kecil dari model Malthus yakni sebesar 4,34% penduduk laki-laki serta kelompok umurnya sebesar 1,77% sedangkan penduduk perempuan sebesar 3,20% dengan kelompok umur 1,12%. Hasil estimasi jumlah penduduk Provinsi Sulawesi Selatan menggunakan model Verhulst tahun 2033 diperkirakan akan mencapai 10.601.940 jiwa.

Kata kunci: Jumlah Penduduk Sulawesi Selatan, Model Malthus, Model Verhulst

Abstract

Population growth is an increase or growth in the number of residents in an area over time certain. This increase can have a negative impact on society. There will be an imbalance between population and available resources. Therefore, it is necessary to make estimates for future development planning. This research discusses the comparison of the Malthusian and Verhulst models as models used to estimate the population in South Sulawesi Province based on age groups and gender. The results of the comparison show that the accurate model for estimating population is the Verhulst model. This is obtained from calculating the respective errors of the two models, namely the Verhulst model error is smaller than the Malthus model, namely 4.34% of the male population and the age group is 1.77% while the population women amounted to 3.20% with an age group of 1.12%. The estimated population of South Sulawesi Province using the Verhulst model in 2033 is estimated to reach 10,601,940 people.

Keywords: Population of South Sulawesi, Malthusian Model, Verhulst Model

Received :15-10-2024 Revised :07-02-2025 Accepted :13-02-2025 Published :30-04-2025

1. Pendahuluan

Pertumbuhan penduduk merupakan suatu perubahan jumlah penduduk di suatu negara atau wilayah pada waktu tertentu. Menurut Badan Pusat Statistika pertumbuhan penduduk memiliki makna sebagai angka yang menunjukkan tingkat penambahan penduduk per tahun dalam jangka waktu tertentu[1]. Pertumbuhan penduduk dipengaruhi oleh 3 faktor utama yaitu kelahiran (*fertilitas*), kematian (*mortalitas*), dan migrasi.

Jumlah penduduk berperan penting dalam mendorong perekonomian dan memperluas pasar. Selain itu, jumlah penduduk juga dapat memaksimalkan produktivitas tenaga kerja serta meningkatkan kemajuan teknologi. Dengan bertambahnya populasi serta bertambahnya pengetahuan akibat dampak dari kemajuan teknologi ini akan menghasilkan kenaikan permintaan barang dan jasa[4]. Selain dampak yang positif tersebut, jumlah penduduk juga dapat menimbulkan dampak negatif yang harus dihadapi oleh setiap negara, terutama bagi negara yang berkembang[8]. Dampak negatif dari pertumbuhan penduduk saat ini yaitu terciptanya banyak pengangguran, angka kriminalitas semakin tinggi, ekonomi semakin terpuruk,

dan bermunculannya pemukiman yang tidak layak huni karena keterbatasan ekonomi yang tidak memadai untuk memenuhi kebutuhannya. Hal tersebut menjadi sorotan pemerintah yang sangat berpengaruh besar terhadap infrastruktur negara dalam pemerataan pembangunan.

Indonesia merupakan salah satu negara kepulauan yang memiliki jumlah penduduk yang terbanyak di dunia yaitu menduduki posisi ke-4 setelah Amerika Serikat[6]. Berdasarkan Badan Pusat Statistika (BPS) jumlah penduduk Indonesia diestimasikan sebanyak 278,8 juta jiwa di tahun 2023. Jumlah tersebut naik 1,1% dibandingkan pada tahun 2022 yang diestimasikan sebanyak 275,7 juta jiwa (Rizaty, 2023). Provinsi Sulawesi Selatan adalah salah satu provinsi dengan jumlah penduduk yang paling banyak. Di Sulawesi Selatan jumlah penduduk mengalami peningkatan tiap tahunnya. Pada tahun 2022 jumlah penduduk Sulawesi selatan sebanyak 9.225,7 ribu jiwa. Jumlah tersebut naik 0,96% dibandingkan pada tahun 2021 yang sebanyak 9.139,5[13].

Berdasarkan data yang diperoleh dari BPS Provinsi Sulawesi Selatan, jumlah penduduk Sulawesi Selatan meningkat setiap tahunnya. Oleh karena itu, perencanaan pembangunan perlu dilakukan sebab selain dapat dijadikan pijakan dalam menentukan arah, ini juga dijadikan dasar pengambilan keputusan rencana dimasa yang akan datang. Berbagai perencanaan pembangunan sangat membutuhkan informasi dasar penduduk yaitu jumlah penduduk umur, jenis kelamin, dan karakteristik lainnya. Perencanaan apapun dapat dibuat seperti pemenuhan kebutuhan air bersih, penyediaan infrastruktur di bidang pendidikan, kesehatan, dan kebijakan lingkungan[5]. Oleh karena itu, estimasi jumlah penduduk perlu dilakukan guna melakukan perencanaan pembangunan di masa yang akan datang yaitu dengan melakukan estimasi jumlah penduduk.

Estimasi jumlah penduduk merupakan perkiraan jumlah penduduk untuk perencanaan pembangunan dimasa mendatang. Estimasi dapat dihitung menggunakan pemodelan secara matematis. Pertumbuhan penduduk dapat dimodelkan kedalam bentuk model matematika menggunakan persamaan diferensial. Model persamaan yang biasa digunakan untuk mengestimasi jumlah penduduk adalah model pertumbuhan populasi. Model ini merupakan model matematika yang menggambarkan pertumbuhan populasi. Salah satu modelnya adalah model pertumbuhan populasi Verhulst atau biasa disebut model logistik. Model Verhulst merupakan model pertumbuhan yang memiliki batasan tertentu atau memiliki batas maksimal sehingga angkanya tidak akan meningkat sampai tak terhingga. Model tersebut adalah salah satu model matematika yang berfungsi untuk memprediksi atau mengestimasi pertumbuhan jumlah penduduk. Selain model Verhulst, terdapat model lain yang biasa digunakan untuk estimasi jumlah penduduk yaitu model pertumbuhan populasi Malthus. Model ini adalah model eksponensial yang pertama kali diperkenalkan oleh Malthus pada tahun 1978.

Kedua model ini telah banyak digunakan oleh penelitian sebelumnya yaitu penelitian Dewi Anggreini yang membahas tentang perbandingan antara model eksponensial dan model logistik di Provinsi Jawa Timur. Penelitian tersebut menyimpulkan bahwa model logistik lebih akurat dibandingkan model eksponensial[2]. Selanjutnya penelitian Rozikin yang membahas tentang penerapan aplikasi persamaan diferensial untuk mengestimasi jumlah penduduk di kota Mataram. Hasil penelitiannya menunjukkan bahwa model eksponensial memiliki tingkat kepercayaan sebesar 99,6% artinya sangat akurat. Sedangkan model logistik juga sangat akurat tetapi tingkat kepercayaannya hanya sebesar 97,9% sehingga dapat disimpulkan bahwa untuk model yang digunakan untuk estimasi jumlah penduduk di kota Mataram menggunakan model eksponensial[12].

Berdasarkan urain tersebut peneliti melakukan penelitian tentang perbandingan antara model pertumbuhan populasi Malthus dan Verhulst, serta mengestimasi jumlah penduduk di Provinsi Sulawesi Selatan untuk 10 tahun kedepan yaitu tahun 2033 menggunakan model terbaik.

2. Landasan Teori

2.1 Persamaan Diferensial

Persamaan diferensial merupakan ilmu yang mempelajari tentang fungsi persamaan yang memuat satu atau lebih turunan-turunan dari fungsi yang tidak diketahui[11]. Bentuk dari persamaan diferensial adalah sebagai berikut:

$$F(x, y, y', y'', \dots, y^{(n)}) = 0 \quad (1)$$

2.2 Metode Malthus

Model eksponensial dikenal dengan model pertumbuhan populasi penduduk Malthus. Thomas Malthus pada tahun 1798 membuat sebuah model pertumbuhan populasi dasar untuk mengestimasi populasi yang laju pertumbuhannya konstan dimana model ini diperkenalkan dengan model pertumbuhan populasi eksponensial atau model Malthus. Model tersebut mengatakan bahwa populasi penduduk berkembang tak terbatas[7].

Bentuk sederhana dari model pertumbuhan populasi Malthus adalah sebagai berikut:

$$\frac{dP}{dt} = rP . \quad (2)$$

Model persamaan diferensial (2) adalah persamaan diferensial separable, jika diberikan kondisi awal $t = 0$ dan $P(0) = P_0$ [8], sehingga solusi umumnya adalah :

$$P(t) = P_0 e^{rt} . \quad (3)$$

Keterangan:

$P(t)$: Jumlah populasi pada waktu ke-t

P_0 : Jumlah Populasi awal pada $t = 0$

r : Laju pertumbuhan intrinsik

2.3 Model Verhulst

Model Verhulst jumlah populasinya dipengaruhi oleh besar kecilnya daya dukung lingkungan. Laju pertumbuhan populasi dipengaruhi oleh besar kecilnya daya dukung lingkungan dan sumber hidup lainnya. Dengan asumsi pada model ini, jumlah penduduk akan selalu terbatas pada suatu nilai tertentu. Pada masa tertentu jumlah penduduk akan mendekati titik kesetimbangan, artinya jumlah kelahiran dan kematian dianggap sama[3]. Bentuk yang paling sederhana untuk laju pertumbuhan relatif yang menjelaskan asumsi tersebut adalah sebagai berikut.

$$\frac{dP}{dt} = rP \left(1 - \frac{P}{K}\right) \quad (4)$$

Berdasarkan persamaan (4) maka persamaan tersebut dapat diselesaikan secara eksplisit dengan mencari solusi umum persamaan verhulst sebagai berikut.

$$\int \frac{dP}{dt} = \int rP \left(1 - \frac{P}{K}\right)$$

$$\int \frac{K}{P(K-P)} dP = \int r dt$$

Misalkan $\frac{K}{P(K-P)} = \frac{A}{P} + \frac{B}{K-P}$

$$\frac{K}{P(K-P)} = \frac{A(K-P) + BP}{P(K-P)}$$

$$K = A(K-P) + BP$$

$$P = 0 \rightarrow K = A(K-0) + B(0) \rightarrow A = 1$$

$$P = K \rightarrow K = A(K-K) + B(K) \rightarrow B = 1$$

Jadi

$$\frac{K}{P(K-P)} = \frac{1}{P} + \frac{1}{K-P}$$

Sehingga diperoleh:

$$\int \frac{1}{P} dP + \int \frac{1}{K-P} dP = \int r dt$$

$$\ln p - \ln(K-P) = rt + c$$

$$\ln \frac{P}{K-P} = rt + c$$

$$\frac{P}{K-P} = e^{rt+c} \text{ atau } \frac{P}{K-P} = e^{rt} \cdot e^c$$

Misalkan $e^c = C^*$ maka $\frac{P}{K-P} = e^{rt} \cdot C^*$

$$P = (K-P)e^{rt} \cdot C^*$$

$$P(t) = \frac{KC^*e^{rt}}{1 + C^*e^{rt}} \quad (5)$$

Selanjutnya dimisalkan nilai awal $t = 0$ dan $P(0) = P_0$ kemudian disubstitusi ke persamaan (5) sehingga diperoleh:

$$P_0 = \frac{KC^*}{1 + C^*}$$

$$C^* = \frac{P_0}{K-P_0} \quad (6)$$

Selanjutnya persamaan (6) disubstitusi ke persamaan (5), maka diperoleh bentuk sederhana dari solusi khusus model logistik atau model Verhulst sebagai berikut:

$$P(t) = \frac{KC^*e^{rt}}{1 + C^*e^{rt}}$$

$$P(t) = \frac{K}{1 + \left(\frac{K-P_0}{P_0}\right)e^{-rt}} \quad (7)$$

Keterangan:

$P(t)$: Jumlah populasi pada waktu ke- t

P_0 : Jumlah Populasi awal pada $t = 0$

K : Daya tampung (*carrying capacity*)

r : Laju pertumbuhan intrinsik

Nilai K diperoleh ketika $t = \infty$ hal ini berarti nilai K merupakan populasi yang terbanyak ketika $t = \infty$. Dengan demikian $N_{max} = \lim_{t \rightarrow \infty} N = K = \frac{a}{b}$ [9]. Dengan melakukan substitusi nilai $K = \frac{a}{b}$ ke persamaan (2), maka diperoleh:

$$K = \frac{P_1(P_1P_0 - 2P_0P_2 + P_1P_2)}{P_1^2 - P_0P_2} \quad (8)$$

2.4 Galat

Galat atau biasa disebut dengan *error* merupakan selisih antara nilai yang sebenarnya dengan nilai yang dihasilkan. Galat dibedakan menjadi 3 yaitu galat mutlak, galat relatif dan presentase galat. Galat mutlak merupakan perbedaan numerik nilai sebenarnya dengan nilai perkiraan atau nilai hasil perhitungan. Kesalahan (*error*) = nilai eksak – nilai perkiraan. Jika \bar{F}_t adalah nilai perkiraan dan nilai eksak (nilai sebenarnya) X_t maka galat mutlak adalah $E = |X_t - \bar{F}_t|$. Galat relatif merupakan perhitungan galat dengan menormalkan galat mutlak terhadap nilai sebenarnya sehingga tingkat besaran dari nilai yang diperiksa dapat diperhitungkan (Purwati & Ni Ketut, 2020). Dan Persentase galat merupakan perbedaan antara nilai estimasi dan nilai aktual dibandingkan dengan nilai sebenarnya dan dinyatakan sebagai presentase [14]. Presentase galat dapat dihitung sebagai berikut:

$$\%error = \sum_{t=1}^n \left| \frac{X_t - F_t}{X_t} \right| \times 100\% \quad (9)$$

Keterangan:

K : Daya tampung (*carrying capacity*)

P : Populasi

t : Waktu

e : Eksponensial

r : Laju pertumbuhan intrinsic

3. Metode

Adapun prosedur penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Mengumpulkan data jumlah penduduk kelompok umur dan jenis kelamin Provinsi Sulawesi Selatan dari tahun 2014-2020.
2. Menghitung estimasi jumlah penduduk Provinsi Sulawesi Selatan tahun 2023 menggunakan model Malthus.
3. Menghitung estimasi jumlah penduduk Provinsi Sulawesi Selatan tahun 2023 menggunakan model Verhulst.
4. Memilih model terbaik dengan melihat hasil perhitungan galat terkecil dari masing-masing estimasi.
5. Menghitung estimasi jumlah penduduk Provinsi Sulawesi Selatan tahun yang akan datang menggunakan metode model terbaik.
6. Hasil estimasi jumlah penduduk Provinsi Sulawesi Selatan berdasarkan kelompok umur dan jenis kelamin tahun 2033.

4. Hasil dan Pembahasan

4.4 Data Penelitian

Tabel 1. Jumlah Penduduk Laki-Laki Provinsi Sulawesi Selatan Tahun 2014-2023

Kelompok Umur	2014 (Jiwa)	2015 (Jiwa)	2016 (Jiwa)	2017 (Jiwa)	2018 (Jiwa)	2019 (Jiwa)	2020 (Jiwa)	2021 (Jiwa)	2022 (Jiwa)	2023 (Jiwa)
0-4	427.293	427.238	425.586	423.969	422.347	420.691	372.898	375.407	377.864	398.030
5-9	414.724	416.124	418.099	419.835	421.514	423.310	362.004	356.822	357.017	360.490
10-14	412.095	410.239	409.253	408.893	409.270	409.791	418.586	408.484	396.148	381.930
15-19	411.293	414.623	415.241	413.110	409.353	405.550	419.846	420.486	422.218	423.360
20-24	363.015	369.104	376.694	385.189	393.037	398.854	407.624	407.777	408.665	413.580
25-29	322.580	326.379	330.617	335.237	340.224	345.642	386.598	387.867	389.682	398.910
30-34	300.993	300.429	301.142	302.223	303.965	306.753	357.764	361.719	366.239	373.720
35-39	292.849	293.205	291.977	290.757	289.658	289.129	332.416	335.073	338.862	343.960
40-44	276.266	278.833	281.041	282.385	283.019	282.734	311.791	315.274	318.683	320.760
45-49	237.241	244.474	251.296	257.388	262.499	266.342	278.330	284.019	290.328	295.150
50-54	189.635	196.793	203.816	211.422	219.237	226.790	240.534	246.198	252.345	257.800
55-59	150.646	155.615	161.038	166.402	171.958	178.011	198.862	205.035	211.412	216.920
60-64	115.004	118.800	123.330	127.886	132.463	137.048	152.399	158.419	165.127	170.880

Kelompok Umur	2014 (Jiwa)	2015 (Jiwa)	2016 (Jiwa)	2017 (Jiwa)	2018 (Jiwa)	2019 (Jiwa)	2020 (Jiwa)	2021 (Jiwa)	2022 (Jiwa)	2023 (Jiwa)
65+	203.103	209.119	214.980	221.405	228.349	203103	209119	214980	221405	228.349
Total	4.116.737	4.160.975	4.204.110	4.246.101	4.286.893	4.326.409	4.504.641	4.538.118	4.581.647	4.651,18

Tabel 2. Jumlah Penduduk Perempuan Provinsi Sulawesi Selatan Tahun 2014-2023

Kelompok Umur	2014 (Jiwa)	2015 (Jiwa)	2016 (Jiwa)	2017 (Jiwa)	2018 (Jiwa)	2019 (Jiwa)	2020 (Jiwa)	2021 (Jiwa)	2022 (Jiwa)	2023 (Jiwa)
0-4	410.183	410.783	409.060	407.384	405.717	404.024	355.813	358.196	360.687	380.680
5-9	396.179	398.048	400.878	403.130	405.304	407.118	346.208	341.808	342.041	345.300
10-14	392.402	390.093	389.507	389.798	390.643	392.082	394.292	385.378	374.810	362.840
15-19	397.832	398.946	398.016	395.404	391.815	388.070	398.722	398.005	398.477	399.170
20-24	370.390	373.739	378.070	382.798	386.995	389.880	394.183	393.778	393.795	396.350
25-29	343.051	345.347	347.918	350.901	353.802	356.975	379.926	380.380	381.585	389.320
30-34	331.616	330.467	330.048	329.420	329.411	330.160	358.933	361.328	364.296	370.290
35-39	317.839	320.156	321.093	321.826	322.319	322.228	339.086	341.574	345.005	347.350
40-44	297.612	300.925	303.902	306.275	308.161	309.984	323.596	326.198	328.852	330.030
45-49	260.594	267.652	274.254	280.296	285.594	289.913	293.386	298.347	303.973	309.110
50-54	214.403	222.260	229.657	237.261	244.860	252.188	258.461	263.978	269.829	275.340
55-59	169.900	176.150	183.674	190.847	197.884	205.061	217.777	224.294	231.015	237.420
60-64	132.267	136.861	141.138	146.647	152.887	159.195	171.390	177.951	185.244	192.620
65+	281.158	287.848	295.050	302.206	309.685	317.953	337.095	350.198	364.491	375.300
Total	4.315.426	4.359.329	4.402.265	4.444.193	4.485.077	4.524.831	4.568.868	4.601.413	4.644.100	4.711,11

Tabel 1 dan 2 adalah tabel jumlah penduduk Provinsi Sulawesi Selatan yang dibagi atas dua kelompok yaitu kelompok umur dan jenis kelamin. Berdasarkan tabel tersebut jumlah penduduk perempuan dan laki-laki secara keseluruhan mengalami peningkatan tiap tahunnya. Adapun penduduk kelompok umur mengalami peningkatan dan penurunan setiap tahunnya. Hal ini disebabkan adanya kelahiran dan kematian serta migrasi di Provinsi Sulawesi Selatan.

4.2 Menghitung Estimasi Jumlah Penduduk Menggunakan Model Malthus

Terlebih dahulu mengasumsikan bahwa waktu t diukur dalam tahun, misalkan $t = 0$ pada tahun 2014 maka populasi awalnya (P_0) adalah jumlah penduduk pada tahun 2014. Sehingga diperoleh nilai laju pertumbuhan (r) dengan menggunakan persamaan (3) sebagai berikut:

$$P(t) = P_0 e^{rt}$$

$$r = \frac{1}{t} \ln \frac{P(t)}{P_0}. \quad (10)$$

Setelah memperoleh nilai laju pertumbuhan masing-masing kelompok umur dan jenis kelamin, diperoleh nilai estimasi jumlah penduduk tahun 2023 sebagai berikut:

Tabel 3. Estimasi jumlah Penduduk Tahun 2023 Model Malthus

Kelompok Umur (Tahun)	Laki-Laki (Jiwa)	Perempuan (Jiwa)
0-4	396.341	380.399
5-9	391.050	376.986
10-14	401.741	381.062
15-19	421.028	395.143
20-24	425.496	403.563
25-29	381.473	377.641
30-34	335.858	344.754
35-39	313.618	338.827
40-44	308.162	328.572
45-49	300.465	317.682
50-54	263.291	285.731
55-59	211.356	240.194
60-64	164.035	186.522
65+	279.242	359.788

Tabel 3 merupakan hasil estimasi jumlah penduduk menggunakan model Malthus. Hasil tersebut menunjukkan bahwa estimasi penduduk laki-laki yang paling rendah ada pada kelompok umur 60-64 tahun begitupun penduduk perempuan ada pada kelompok umur 60-64 tahun yaitu sekitar 164.083 jiwa dan 186.522 jiwa. Estimasi jumlah penduduk laki-laki dan perempuan yang paling tinggi adalah kelompok umur 20-24 tahun yaitu sekitar 425.496 jiwa dan 403.563 jiwa.

4.3 Menghitung Estimasi Jumlah Penduduk Menggunakan Model Verhulst

Untuk $t = 0,1,2$, yaitu tahun 2014, 2015, 2016 dengan nilai P_0, P_1, P_2 dengan masing-masing nilainya adalah $P_0 = 8.432.163, P_1 = 8.520.304, P_2 = 8.606.375$. Nilai tersebut merupakan jumlah penduduk Provinsi Sulawesi Selatan. Sehingga diperoleh nilai K (Carrying capacity) menggunakan persamaan (8) sebagai berikut.

$$K = \frac{8.520.304((8.520.304)(8.432.163) - 2(8.432.163)(8.606.375) + (8.520.304)(8.606.375))}{(8.520.304)^2 - (8.432.163)(8.606.375)}$$

$$K = 11.082.935$$

Selanjutnya menghitung estimasi jumlah penduduk dengan model Verhulst menggunakan persamaan (7) sebagai berikut:

Tabel 4. Estimasi jumlah Penduduk Tahun 2023 Model Verhulst

Kelompok Umur (Tahun)	Laki-Laki (Jiwa)	Perempuan (Jiwa)
0-4	396.358	380.420
5-9	391.107	377.045
10-14	401.743	381.063
15-19	421.028	395.144
20-24	425.403	403.538
25-29	381.439	377.629
30-34	335.900	344.771
35-39	313.646	338.823
40-44	308.157	328.554
45-49	300.367	317.599
50-54	263.162	285.601
55-59	211.284	240.079
60-64	163.989	186.462
65+	279.145	359.674

Tabel 4 merupakan hasil estimasi jumlah penduduk menggunakan model Verhulst. Hasil tersebut menunjukkan bahwa estimasi penduduk laki-laki yang paling rendah ada pada kelompok umur 60-64 tahun begitupun penduduk perempuan ada pada kelompok umur 60-64 tahun yaitu sekitar 163.989 jiwa dan 186.462 jiwa. Estimasi jumlah penduduk laki-laki dan perempuan yang paling tinggi ada pada kelompok umur 20-24 tahun yaitu sekitar 425.403 jiwa dan 403.538 jiwa.

4.4 Menghitung Galat

Untuk menentukan model terbaik, maka bisa dengan membandingkan galat terkecil dari masing-masing model. Galat dapat digunakan untuk menentukan model terbaik. Model terbaik merupakan model yang menghasilkan data-data yang mendekati dengan data yang sebenarnya atau data yang memiliki nilai galat terkecil. Persamaan yang digunakan untuk menghitung galat adalah persamaan (9), sehingga diperoleh hasil seperti yang ditunjukkan pada Tabel 5 sebagai berikut:

Tabel 5. Nilai Galat

Kelompok Umur (Tahun)	Model Malthus		Model Verhulst	
	Laki- Laki(%)	Perempuan(%)	Laki- Laki(%)	Perempuan(%)
0-4	0,42	0,07	0,42	0,07
5-9	8,48	9,18	8,49	9,19
10-14	5,19	5,02	5,19	5,02
15-19	0,55	1,01	0,55	1,01
20-24	2,88	1,82	2,86	1,81
25-29	4,37	3,00	4,38	3,00
30-34	10,13	6,90	10,12	6,89
35-39	8,82	2,45	8,81	2,45
40-44	3,93	0,44	3,93	0,45
45-49	1,80	2,77	1,77	2,75
50-54	2,13	3,77	2,08	3,72
55-59	2,56	1,17	2,60	1,12
60-64	4,01	3,17	4,03	3,20
65+	5,57	4,13	5,60	4,16
Rata-Rata	4,35	3,21	4,34	3,20

Berdasarkan tabel 5, model yang memiliki nilai galat terkecil adalah model Verhulst sebesar 1,77% untuk galat kelompok umur 45-49 tahun penduduk laki-laki dan 1,12% untuk kelompok umur 55-59 tahun penduduk perempuan. Oleh karena itu, model terbaik dalam mengestimasi jumlah penduduk di Provinsi Sulawesi Selatan adalah model Verhulst. Model ini akan digunakan untuk mengestimasi jumlah penduduk dari tahun 2024-2033.

4.5 Menghitung Estimasi Jumlah penduduk Tahun 2024-2033

Berdasarkan hasil perbandingan antara kedua model diketahui bahwa model Verhulst adalah model terbaik untuk menghitung estimasi jumlah penduduk Provinsi Sulawesi selatan. Estimasi jumlah penduduk disajikan dalam tabel berikut:

Tabel 6. Jumlah Penduduk Laki-Laki Provinsi Sulawesi Selatan Tahun 2024-2033

Kelompok Umur	2024 (Jiwa)	2025 (Jiwa)	2026 (Jiwa)	2027 (Jiwa)	2028 (Jiwa)	2029 (Jiwa)	2030 (Jiwa)	2031 (Jiwa)	2032 (Jiwa)	2033 (Jiwa)
0-4	393.057	389.782	386.534	383.312	380.116	376.945	373.800	370.680	367.586	364.516
5-9	388.565	386.038	383.527	381.032	378.552	376.088	373.640	371.207	368.789	366.386
10-14	400.609	399.477	398.349	397.223	396.101	394.981	393.865	392.752	391.642	390.535
15-19	422.123	423.221	424.322	425.425	426.531	427.640	428.752	429.866	430.984	432.104
20-24	432.940	440.605	448.401	456.328	464.389	472.586	480.922	489.397	498.015	506.778
25-29	388.586	395.862	403.269	410.809	418.485	426.298	434.252	442.347	450.588	458.975
30-34	340.012	344.174	348.384	352.645	356.955	361.317	365.730	370.196	374.714	379.285
35-39	316.043	318.459	320.892	323.343	325.812	328.300	330.806	333.330	335.874	338.436
40-44	311.914	315.715	319.562	323.453	327.391	331.375	335.407	339.485	343.612	347.787
45-49	308.318	316.473	324.837	333.415	342.213	351.235	360.487	369.974	379.703	389.677
50-54	272.880	282.947	293.376	304.178	315.366	326.954	338.953	351.379	364.245	377.565
55-59	219.349	227.716	236.394	245.396	254.733	264.416	274.459	284.872	295.670	306.865
60-64	170.566	177.402	184.507	191.892	199.567	207.544	215.832	224.445	233.395	242.693
65+	289.142	299.488	310.194	321.270	332.730	344.586	356.850	369.535	382.655	396.224
Total	4.654.104	4.717.359	4.782.548	4.849.721	4.918.941	4.990.265	5.063.755	5.139.465	5.217.472	5.297.826

Tabel 7. Jumlah Penduduk Perempuan Provinsi Sulawesi Selatan Tahun 2024-2033

Kelompok Umur	2024 (Jiwa)	2025 (Jiwa)	2026 (Jiwa)	2027 (Jiwa)	2028 (Jiwa)	2029 (Jiwa)	2030 (Jiwa)	2031 (Jiwa)	2032 (Jiwa)	2033 (Jiwa)
0-4	377.245	374.095	370.970	367.871	364.796	361.747	358.722	355.722	352.746	349.793
5-9	374.975	372.915	370.867	368.830	366.803	364.787	362.782	360.788	358.804	356.830
10-14	379.823	378.586	377.354	376.125	374.901	373.680	372.463	371.250	370.040	368.835
15-19	394.847	394.549	394.252	393.955	393.658	393.362	393.066	392.770	392.474	392.178
20-24	407.392	411.282	415.208	419.170	423.168	427.203	431.275	435.383	439.530	443.714
25-29	381.673	385.758	389.886	394.056	398.269	402.525	406.825	411.170	415.558	419.992

Kelompok Umur	2024 (Jiwa)	2025 (Jiwa)	2026 (Jiwa)	2027 (Jiwa)	2028 (Jiwa)	2029 (Jiwa)	2030 (Jiwa)	2031 (Jiwa)	2032 (Jiwa)	2033 (Jiwa)
30-34	346.264	347.762	349.267	350.779	352.296	353.820	355.351	356.887	358.431	359.980
35-39	341.236	343.666	346.112	348.575	351.055	353.552	356.066	358.598	361.147	363.713
40-44	332.179	335.842	339.545	343.287	347.069	350.892	354.755	358.659	362.605	366.593
45-49	324.635	331.823	339.165	346.664	354.323	362.146	370.135	378.295	386.628	395.138
50-54	294.811	304.309	314.104	324.205	334.621	345.360	356.433	367.849	379.617	391.748
55-59	249.444	259.167	269.259	279.734	290.605	301.888	313.595	325.743	338.346	351.422
60-64	193.692	201.198	208.989	217.075	225.468	234.178	243.218	252.598	262.331	272.430
65+	369.610	379.810	390.281	401.030	412.064	423.389	435.013	446.943	459.185	471.748
Total	4.767.826	4.820.762	4.875.259	4.931.356	4.989.096	5.048.529	5.109.699	5.172.655	5.237.442	5.304.114

Pada tabel 6 dan 7 merupakan hasil estimasi jumlah penduduk Provinsi Sulawesi selatan berdasarkan kelompok umur dan jenis kelamin. Jumlah penduduk laki-laki tahun 2033 sebesar 5.297.826 jiwa dan penduduk perempuan sebesar 5.304.114, jika dijumlahkan keseluruhannya, maka jumlah penduduk Provinsi Sulawesi Selatan tahun 2033 sebesar 10.601.940 jiwa.

4.6 Pembahasan

Berdasarkan penyelesaian dari kedua model pertumbuhan populasi diperoleh model populasi jumlah penduduk yang memiliki keakuratan dengan data yang sebenarnya (data hasil sensus penduduk oleh BPS Sulawesi Selatan) yaitu model Verhulst. Hal ini didasarkan pada perhitungan galat yaitu 1,77% untuk galat kelompok umur 45-49 tahun penduduk laki-laki dan 1,12% untuk kelompok umur 55-59 tahun penduduk perempuan. Jika dibandingkan dengan jumlah penduduk yang sebenarnya. Estimasi tahun 2023 model Malthus lebih besar dari pada model Verhulst. Untuk penduduk laki-laki model Malthus yaitu 4.593.156 jiwa lebih besar daripada model Verhulst yaitu 4.592.728 jiwa dan penduduk perempuan dengan menggunakan model Malthus yaitu 4.716.864 lebih besar daripada model Verhulst yaitu 4.716.402 jiwa.

Oleh karena itu, model pertumbuhan populasi terbaik adalah model Verhulst. Selanjutnya model tersebut digunakan untuk memprediksi atau mengestimasi jumlah penduduk Provinsi Sulawesi selatan di masa yang akan datang. Hasil estimasi jumlah penduduk dari tahun 2024 sampai 2033 menunjukkan bahwa pertumbuhan penduduk semakin meningkat tiap tahunnya. Jumlah penduduk laki-laki tahun 2033 yaitu 5.297.826 jiwa dengan jumlah penduduk umur 0-4 tahun sebesar 364.516 jiwa, 5-9 tahun sebesar 366.386 jiwa, 10-14 tahun sebesar 390.545 jiwa, 15-19 tahun sebesar 432.104 jiwa, 20-24 tahun sebesar 506.778 jiwa. 25-29 tahun sebesar 458.975 jiwa, 30-34 tahun sebesar 379.285 jiwa, 35-39 tahun 338.436 jiwa dan 40 tahun keatas sebesar 2.060.811 jiwa. Dan penduduk perempuan yaitu 5.304.114 jiwa. dengan jumlah penduduk umur 0-4 tahun sebesar 349.793 jiwa, 5-9 tahun sebesar 356.830 jiwa, 10-14 tahun sebesar 368.835 jiwa, 15-19 tahun sebesar 392.178 jiwa, 20-24 tahun sebesar 443.714 jiwa. 25-29 tahun sebesar 419.992 jiwa, 30-34 tahun sebesar 359980 jiwa, 35-39 tahun 363.713 jiwa dan 40 tahun keatas sebesar 2.249.079 jiwa. Pada tahun 2033 jumlah penduduk Provinsi Sulawesi Selatan diestimasi akan mencapai akan mencapai 10.601.940 jiwa.

5. Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan yang diperoleh maka dapat disimpulkan sebagai berikut:

1. Berdasarkan perhitungan dari galat presentase masing-masing model yaitu model Malthus dan Verhulst, dapat diketahui bahwa model yang terbaik untuk estimasi jumlah penduduk Provinsi Sulawesi Selatan berdasarkan kelompok umur dan jenis kelamin adalah model Verhulst, dengan nilai galat terkecil yaitu penduduk Laki-laki sebesar 4,34% dan kelompok umur sebesar 1,77%. Serta nilai galat penduduk perempuan sebesar 3,20% dan kelompok umur sebesar 1,12%.
2. Hasil Estimasi jumlah penduduk Provinsi Sulawesi Selatan tahun 2033 yaitu 5.297.826 jiwa untuk penduduk laki-laki dengan jumlah penduduk umur 0-4 tahun, 5-9 tahun, 10-14 tahun, 15-19 tahun, 20-24 tahun, 25-29 tahun, 30-34 tahun, 35-39 tahun dan 40 tahun keatas berturut-turut sebesar 364.516, 366.386, 390.545, 432.104, 506.778, 458.975, 379.285, 338.436 dan 2.060.811. Dan penduduk perempuan yaitu 5.304.114 jiwa. dengan jumlah penduduk umur 0-4 tahun, 5-9 tahun, 10-

14 tahun, 15-19 tahun, 20-24 tahun, 25-29 tahun, 30-34 tahun, 35-39 tahun dan 40 tahun keatas berturut-turut sebesar 349.793, 356.830, 368.835, 392.178, 443.714, 419.992, 359.980, 363.713 dan 2.249.079.

Referensi

- [1] Amena.A.P.O., et al *Demografi*. Jawa Barat: Widina Media Utama, 2023.
- [2] Anggreini, D. “Penerapan Persamaan Diferensial Verhulst dalam Menentukan Proyeksi Penduduk di Kabupaten Tulungagung,” *J. Fourier*, vol. 7, no. 2, 2018.
- [3] Anggreini, p “Penerapan Populasi Kontinu pada Perhitungan Proyeksi Penduduk di Indonesia (Studi Kasus: Provinsi Jawa Timur),” *E-Jurnal Mat.*, vol. 9, no. 4, 2020.
- [4] Desmawan.D., et al “Pengaruh Jumlah Penduduk terhadap Pertumbuhan Ekonomi Kabupaten Tangerang,” *J. Penelit. Ekon. Manaj. dan Bisnis*, vol. 2, no. 2, 2023.
- [5] Handiyatmo, D., Idha, S., dan Hasnam. *Pedoman Penghitungan Proyeksi Penduduk dan Angkatan Kerja*. Penerbit Badan Pusat Statistik, 2010.
- [6] Khairunisa, Z. G *5 Negara dengan Jumlah Penduduk Terbanyak di Dunia*. 2023.
- [7] Khasanah, N. S., dan Irma, “Model Eksponensial dan Logistik serta Analisis Kestabilan Model pada Perhitungan Proyeksi Penduduk Provinsi Riau,” *J. Fourier*, vol. 11, no. 1, 2022.
- [8] Pandu.Y. “Prediksi Penduduk Kabupaten Alor dengan Menggunakan Model Pertumbuhan Logistik pada Beberapa Tahun Mendatang,” *Asimtot J. Kependidikan Mat.*, vol. 2, no. 1, 2020.
- [9] Pratiwi, C. D. “Aplikasi Persamaan Diferensial Model Populasi Logistik untuk Mengestimasi Penduduk di Kota Balikpapan,” *AdMathEdu*, vol. 10, no. 1, 2020.
- [10] Rizaty, M. A. *Data Jumlah Penduduk Indonesia (2013-2023)*. 2023. [Online]. Available: <https://dataindonesia.id/varia/detail/data-jumlah-penduduk-indonesia-20132023>.
- [11] Rosiyanti, Agus. S., dan Suwali. “Aplikasi Model Pertumbuhan Logistik dalam Menentukan Proyeksi Penduduk di Kabupaten Banyumas,” *Perwira J. Sci. Eng.*, vol. 2, no. 2, pp. 28–36, 2022.
- [12] Rozikin, N., Ketut, S., Arjuna, dan Nurul, H. “Aplikasi Persamaan Diferensial dalam Mengestimasi Jumlah Penduduk Menggunakan Model Eksponensial dan Logistik,” *J. Math. Educ. Appl.*, vol. 1, no. 1, 2021.
- [13] T. P. S. Selatan, *Rencana Penanggulangan Kemiskinan Daerah (RPKD) Provinsi Sulawesi Selatan Periode Tahun 2022-2023*. Makassar: TKPK Provinsi Sulawesi Selatan, 2022
- [14] Untari. D.T, *Buku Ajar Statistika 1*. Jawa Tengah: Pena Persada, 2020.



© The Author(s) 2025. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License. Editorial of Journal of Mathematics: Theory and Applications, Department of Mathematics, Universitas Sulawesi Barat, Jalan Prof. Dr. Baharuddin Lopa, S.H., Talumung, Majene 91412, Sulawesi Barat.